

**TP 224**

**MINISTERSTVO DOPRAVY  
ODBOR SILNIČNÍ INFRASTRUKTURY**

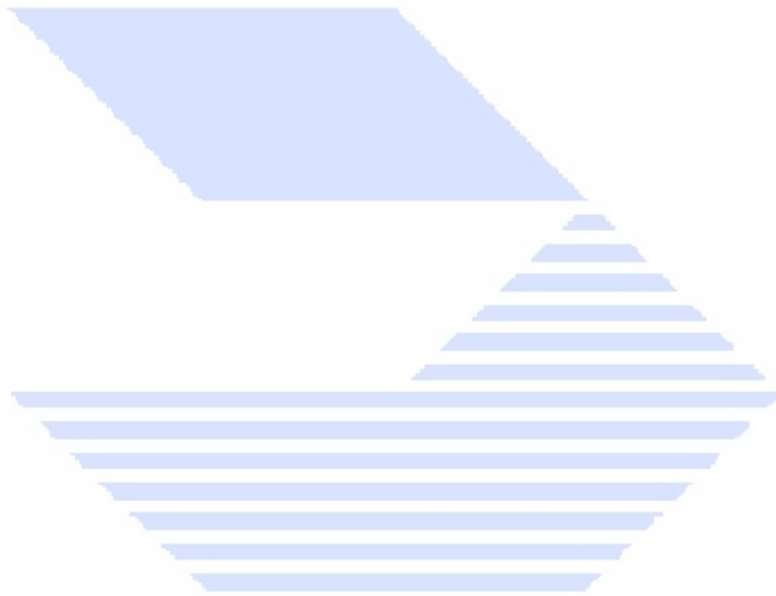
**TECHNICKÉ PODMÍNKY**

**OVĚŘOVÁNÍ EXISTUJÍCÍCH BETONOVÝCH MOSTŮ  
POZEMNÍCH KOMUNIKACÍ**



Schváleno: MD-OSI čj. 586/10-910-IPK/1  
ze dne 12.7.2010, s účinností od 1. srpna 2010.

Praha, červenec 2010



## Obsah

<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>1. Obecné zásady ověřování existujících betonových mostů</b>	<b>4</b>
1.1 Všeobecně	4
1.2 Metody ověřování	4
1.3 Definice	5
<b>2. Základní veličiny</b>	<b>5</b>
2.1 Zatížení	5
2.2 Geometrické vlastnosti	6
2.3 Materiálové vlastnosti	6
2.4 Modelové nejistoty	6
<b>3. Požadovaná spolehlivost</b>	<b>6</b>
3.1 Směrná úroveň spolehlivosti	6
3.2 Diferenciace spolehlivosti	8
3.3 Zbytková životnost	8
<b>4. Ověřování existujících mostů metodou dílčích součinitelů</b>	<b>10</b>
4.1 Všeobecně	10
4.2 Zásady modifikace dílčích součinitelů pro zatížení	11
4.2.1 Dílčí součinitele pro stálá zatížení	11
4.2.2 Dílčí součinitele pro proměnná zatížení	12
4.3 Dílčí součinitele pro materiálové vlastnosti a odolnost konstrukce	13
<b>Příloha A Stanovení zatížení a materiálových vlastností na základě zkoušek</b>	<b>16</b>
A.1 Všeobecně	16
A.2 Stanovení vlastní tíhy a zatížení stálých	16
A.3 Stanovení zatížitelnosti mostů PK	17
A.4 Stanovení materiálových vlastností	17
A.4.1 Základní postupy pro stanovení jedné nezávislé materiálové vlastnosti	17
A.4.2 Hodnocení prostřednictvím charakteristické hodnoty	17
A.4.3 Hodnocení prostřednictvím návrhové hodnoty	18
A.5 Aktualizace modelů základních veličin	19
<b>Příloha B Globální faktor pro nelineární výpočty</b>	<b>21</b>
B.1 Všeobecně	21
B.2 Návrhová odolnost	21

B.3	Stanovení globálního součinitele odolnosti	21
<b>Příloha C Pravděpodobnostní metody</b>		<b>23</b>
C.1	Všeobecně	23
C.2	Zásady pravděpodobnostního ověřování spolehlivosti	23
C.3	Kombinace zatížení	24
C.4	Pravděpodobnostní modely základních veličin	25
C.4.1	Pravděpodobnostní modely zatížení	25
C.4.2	Pravděpodobnostní modely materiálových vlastností	27
C.4.3	Pravděpodobnostní modely geometrických vlastností	28
C.4.4	Modelové nejistoty	28
C.5	Zásady ověřování spolehlivosti konstrukčního systému	30
C.5.1	Všeobecně	30
C.5.2	Sériový systém	31
C.5.3	Paralelní systém	31
C.6	Pravděpodobnostní postupy pro stanovení zatížitelnosti mostu	32
<b>Příloha D Orientační odhad zatížitelnosti mostů PK v návaznosti na ČSN 73 6222</b>		<b>33</b>
D.1	Úvod	33
D.2	Předpoklady pro stanovení zatížitelnosti orientačním odhadem	33
D.3	Postup stanovení orientačního odhadu zatížitelnosti	34
D.4	Upřesnění odhadnuté hodnoty zatížitelnosti mostu podle návrhové metodiky	34
<b>Příloha E Příklady</b>		<b>38</b>
E.1	Aktualizace modelu meze kluzu betonářské výztuže	38
E.2	Stanovení charakteristické a návrhové hodnoty pevnosti betonu v tlaku	39
E.3	Aktualizace pravděpodobnosti poruchy	39
E.4	Úprava dílčího součinitele pro vlastní tíhu	40
E.5	Úprava dílčího součinitele pro výztuž	41
E.6	Optimalizace oprav	41
<b>Příloha F Přehled základních typů pravděpodobnostních rozdělení</b>		<b>45</b>
F.1	Úvod	45
F.2	Normální rozdělení	45
F.3	Lognormální rozdělení	46
F.4	Gama rozdělení	46
F.5	Beta rozdělení	47
F.6	Gumbelovo a ostatní rozdělení extrémních hodnot	48
<b>Bibliografie</b>		<b>50</b>

## ÚVOD

Tyto technické podmínky (dále TP) podrobněji vysvětlují a rozšiřují vybrané pokyny ČSN ISO 13822 pro účely ověřování spolehlivosti nosných konstrukcí existujících betonových mostů pozemních komunikací (PK). TP doplňují Eurokódy, které zatím plně nepokrývají problematiku hodnocení existujících konstrukcí a navrhování jejich oprav nebo zesilování.

**POZNÁMKA 1** Zásady těchto TP lze použít pro ověřování existujících mostů z dalších materiálů, jako je ocel, kompozitní materiály, dřevo a zdivo.

**POZNÁMKA 2** V rámci střednědobého plánu dalšího rozvoje Eurokódů [Report CEN/TC 250] se předpokládá ve spolupráci s výzkumným centrem JRC (Joint Research Centre) tvorba technické zprávy pro hodnocení existujících konstrukcí, po jejímž schválení v technické komisi CEN/TC 250 se plánuje zpracovat nová část Eurokódů pro hodnocení existujících konstrukcí.

Potřeba hodnotit a ověřovat existující mosty vyplývá ze čtyř základních požadavků na

- odolnost/únosnost mostů v dočasných, trvalých i mimořádných návrhových situacích
- zatížitelnost (viz ČSN 73 6222 a TP 200)
- použitelnost/provozní schopnost včetně požadavků na geometrické uspořádání (průjezdni prostor), na dopravu, na kmitání, průhyby atd.
- trvanlivost – snížení nákladů na budoucí opravy (i údržbu) a na zvýšení zbytkové životnosti.

**POZNÁMKA** TP jsou výsledkem řešení projektu č. 1F82C/072/910 podporovaného MD ČR. Výroční a závěrečná zpráva tohoto projektu uvádí doplňující informace, které se mohou využít jako podkladový materiál pro vysvětlení některých vztahů (viz webové stránky Kloknerova ústavu ČVUT).

TP se člení na následující základní kapitoly a přílohy

- 1 Obecné zásady ověřování existujících betonových mostů
- 2 Základní veličiny
- 3 Požadovaná spolehlivost
- 4 Ověřování existujících mostů metodou dílčích součinitelů
- Příloha A Stanovení zatížení a materiálových vlastností na základě zkoušek
- Příloha B Globální faktor pro nelineární výpočty
- Příloha C Praviděpodobnostní metody
- Příloha D Orientační odhad zatížitelnosti mostů PK v návaznosti na ČSN 73 6222
- Příloha E Příklady
- Příloha F Přehled základních typů pravděpodobnostních rozdělení

Kapitola 1 se zabývá obecnými zásadami ověřování existujících betonových mostů PK. Kapitola 2 uvádí základní veličiny, které je třeba uvažovat při ověřování existujících mostů, a postupy stanovení charakteristických a návrhových hodnot. Kapitola 3 se zabývá kategorizací mostů a směrnou úrovní spolehlivosti. Kapitola 4 ukazuje postupy uplatnění metody dílčích součinitelů pro ověřování existujících mostů a možnosti úpravy hodnot dílčích součinitelů pro zatížení a materiálové vlastnosti podle apriorních znalostí a požadované úrovně spolehlivosti.

Příloha A uvádí postup pro stanovení vlastní tíhy, stálých zatížení a materiálových vlastností na základě zkoušek. Příloha B popisuje teoretické základy metody globálních součinitelů. Příloha C uvádí zásady pravděpodobnostních metod. Příloha D uvádí orientační odhad zatížitelnosti mostů PK na základě tabulek pro normální, výhradní a výjimečnou zatížitelnost. V příloze E jsou ukázány praktické příklady aplikace metody dílčích součinitelů a pravděpodobnostních metod pro ověřování spolehlivosti

existujících betonových mostů. Příloha F poskytuje informace o vybraných typech pravděpodobnostních rozdělení a jejich využitelnost pro modelování základních veličin.

Termíny, značky a definice, které jsou uvedeny v těchto TP, vycházejí z ČSN EN 1990 a ČSN ISO 13822. Některé definice, potřebné pro tyto TP, jsou uvedeny dále.

## **1 OBECNÉ ZÁSADY OVĚŘOVÁNÍ EXISTUJÍCÍCH BETONOVÝCH MOSTŮ**

### **1.1 Všeobecně**

Při ověřování existujícího betonového mostu nebo pro navrhování jeho obnovy (oprava, zesilování) se vychází z platných technických norem a technických podmínek. Dříve platné normy nebo předpisy, podle kterých byl most navržen, slouží pouze jako informativní podklady, které mohou usnadnit celkový postup ověřování. Pokud je most památkově chráněn, pak se musí projekt obnovy konzultovat s příslušným orgánem státní památkové péče.

Podkladem pro ověření mostu nebo pro návrh jeho opravy/rekonstrukce (obnovy) jsou prohlídky a podle potřeby diagnostický průzkum, při kterém se zjistí stav mostu, skutečné vlastnosti materiálů a základové půdy, poruchy a vady, příčiny těchto vad, zatížení a vlivy prostředí, které na most v minulosti působily, působí nebo případně budou působit.

Pokud se při prohlídce zjistí, že most nevykazuje žádné známky významného poškození, přetížení nebo degradace, a jeho uspokojivé chování dává předpoklad, že most bude během své další životnosti spolehlivý, tak se podrobné hodnocení nevyžaduje. Jestliže se vyskytnou pochybnosti o zatížení, o účincích zatížení, o vlastnostech materiálů nebo o chování mostu, musí se provést podrobné hodnocení.

Mosty navrhované a provedené podle dříve platných norem lze podle zásad ČSN ISO 13822, kapitola 8, považovat za bezpečné a provozuschopné, pokud

- prohlídka mostu neodhalí známky významného poškození, přetížení nebo degradace
- se posoudí konstrukční systém včetně kritických detailů, které se ověří z hlediska přenosu napětí
- konstrukce vykazuje uspokojivé chování v průběhu dostatečně dlouhého časového období, ve kterém došlo v důsledku užívání a účinků prostředí k výskytu nepříznivých zatížení
- je zajištěna dostatečná trvanlivost (při odhadu degradace se uváží současný stav a plánovaná údržba mostu)
- se neočekávají změny, které by mohly významně zvýšit zatížení konstrukce nebo ovlivnit její trvanlivost.

Spolehlivost existujícího mostu se musí ověřit, jestliže

- se navrhuje oprava konstrukce nebo rekonstrukce existujícího mostu
- nastane neočekávané porušení nebo rychlá degradace mostu nebo jeho nosných prvků (zjištěná např. při prohlídce)
- se plánuje změna v účelu používání nebo je potřebné prodloužit životnost mostu
- pochybuje se o spolehlivosti mostu, např. po povodni, po nárazu vozidla.

V některých případech může být ověření požadované úřadem, pojišťovny nebo vlastníkem.

### **1.2 Metody ověřování**

Při ověřování spolehlivosti existujících mostů lze použít různé metody, které souvisí s požadovanou úrovní přesnosti ověřování. Patří sem lineární nebo nelineární metody s použitím příslušně podrobných výpočetních modelů a modelů základních veličin. Přehled těchto metod je uveden v ČSN EN 1990, kapitola 1.

Prvním krokem má být ověření, zda existující most splňuje požadavky na únosnost a použitelnost podle platných norem. Pokud most tyto požadavky nespĺňuje (např. s ohledem na materiálové vlastnosti, plochu výztuže, krycí vrstvu), doporučuje se použít podrobnější metody pro ověření jeho spolehlivosti.

Pro ověření mostu se obvykle použije lineární přístup a metoda dílčích součinitelů, která je základní metodou ověřování konstrukcí podle ČSN EN 1990. Charakteristické hodnoty základních veličin a dílčí součinitele lze aktualizovat na základě nových informací o mostě, popř. také znalostech o zatíženích, které na most v minulosti působily nebo dosud působí.

Alternativně je možné při ověřování použít nelineární přístup a stanovit globální součinitele spolehlivosti podle ČSN EN 1992-2.

Nejpřesnější řešení poskytují pravděpodobnostní metody teorie stavební spolehlivosti, jejichž zásady jsou uvedeny v ČSN EN 1990, ČSN ISO 13822 a ČSN ISO 2394 a také v příloze C těchto TP.

### 1.3 Definice

#### **referenční doba** (*reference period*)

zvolený časový úsek, který je základem pro stanovení hodnot proměnných zatížení a časově závislých vlastností materiálů. Jako referenční doba se může uvážit zbytková životnost.

#### **zbytková životnost** (*remaining working life*)

období, po které se za předpokladu plánované údržby uvažuje, že existující most je provozuschopný pro stanovenou zatížitelnost

#### **základní veličina** (*basic variable*)

veličina popisující zatížení, materiálové a geometrické vlastnosti nebo modelové nejistoty. Základní veličiny vstupují do funkce mezního stavu a jejich vlastnosti významně ovlivňují spolehlivost mostní konstrukce

#### **apriorní informace** (*prior information*)

informace, která je známa např. z původní projektové dokumentace, z norem a dalších předpisů

#### **aktualizovaná, posteriorní informace** (*posterior information*)

informace stanovená na základě apriorní informace a nových (experimentálních) dat, které se zjistí např. z prohlídky nebo z diagnostického průzkumu

## 2 ZÁKLADNÍ VELIČINY

### 2.1 Zatížení

Při stanovení účinků zatížení se musí vycházet z ČSN ISO 13822, ČSN EN 1990 a příslušných ČSN EN 1991 pro zatížení konstrukcí. Pro stanovení geotechnických parametrů a odolnosti základových půd se použije ČSN EN 1997, pro seizmická zatížení ČSN EN 1998.

Při určování skutečných zatížení působících na existující most se musí uvážit skutečné provedení mostu na základě šetření na místě a přihlídnout k jeho zamýšleným změnám v dalším využití. Podkladem je původní dokumentace a všechny její změny, hlavní prohlídka a diagnostický průzkum.

Pro ověření existujícího mostu metodou dílčích součinitelů je potřebné stanovit aktualizované charakteristické hodnoty jednotlivých zatížení.

Postupy stanovení skutečných zatížení vlastní tíhou a stálými zatíženími na základě zkoušek jsou uvedeny v ČSN ISO 13822, národní příloha NA, a podrobněji popsány v příloze A těchto TP. Musí se uvažovat skutečné rozměry mostu a objemové tíhy použitých materiálů. Je třeba vzít v úvahu nejistoty při stanovení stálých zatížení s větším variačním koeficientem.

Zatížení dopravou se stanoví podle zásad ČSN EN 1991-2, kombinace zatížení dopravou s dalšími typy zatížení podle ČSN EN 1990/A1. Zatížení dopravou lze pro konkrétní most aktualizovat a uvážit

informace o intenzitě a skladbě dopravy a jejím očekávaným trendům pro konkrétní most, např. prostřednictvím regulačních součinitelů.

**POZNÁMKA** Zatížitelnost mostů pozemních komunikací se stanoví podle ČSN 73 6222. Pokud se použije aktualizace zatížení dopravou, která povede k jeho nižším návrhovým hodnotám, bude jim odpovídat i nižší zatížitelnost.

Zatížení větrem se stanoví podle ČSN EN 1991-1-4. Maximální dynamický tlak větru lze pro místo stavby aktualizovat a provést měření odezvy mostu na zatížení větrem (určit součinitele tlaku a sil).

Zatížení teplotou se stanoví podle ČSN EN 1991-1-5. Pro aktualizaci teplot se mohou provést měření na mostě, uvážit expozici a případná zastínění.

Charakteristické hodnoty rychlostí větru a teplot vzduchu ve stínu pro střední dobu návratu 50 let jsou uvedeny v národních přílohách ČSN EN 1991-1-4 a ČSN EN 1991-1-5. Tyto hodnoty lze stanovit přesněji pro místo stavby základě informací ČHMÚ.

Pro stanovení nepříznivých vlivů prostředí, které způsobují degradaci materiálů, se musí uvážit vhodné modely degradačních procesů. Postupuje se podle zásad ČSN ISO 13822, 6.7, kde se zdůrazňuje důležitost porozumět příčinám pozorované degradace mostu. Viz také TP 175 pro stanovení životnosti betonových konstrukcí objektů PK.

Zvolené modely degradace se musí aktualizovat na základě informací, které se získají během pravidelných prohlídek konkrétního mostu a které jsou uloženy v mostní databázi ŘSD ČR, popř. u jednotlivých vlastníků těchto objektů

## **2.2 Geometrické vlastnosti**

Pro ověřování spolehlivosti existujícího mostu se musí použít skutečné rozměry.

Rozměry konstrukcí lze stanovit z výkresů a návrhových specifikací, pokud neexistují pochybnosti o jejich platnosti. V případě nejistoty se rozměry určí na základě prohlídky a měření.

Některé rozměry konstrukcí, jako je osová vzdálenost výztuže od okraje průřezu nebo účinná výška průřezu, mohou významně ovlivňovat výsledky ověřované mostní konstrukce. V případě nejistoty se tyto rozměry ověří na základě diagnostického průzkumu.

## **2.3 Materiálové vlastnosti**

Pro ověřování existujícího mostu se musí použít skutečné vlastnosti materiálů, viz ČSN ISO 13822 a ČSN 73 6222. V případě obvyklého postupu metodou dílčích součinitelů se stanoví aktualizované charakteristické hodnoty materiálových vlastností.

Při určování vlastností materiálů je potřebné stanovit stupeň degradace a možné nepříznivé vlivy zatížení (např. únavové jevy, degradační procesy, výskyt extrémních zatížení) v průběhu existence konstrukce.

Stanovení vlastností materiálů nebo odolnosti konstrukce na základě zkoušek se provádí podle ČSN EN 1990, příloha D, kde jsou uvedeny postupy pro určení charakteristických, popř. návrhových hodnot materiálových vlastností a odolnosti konstrukce.

Postupy stanovení materiálových vlastností betonu, betonářské a předpínací výztuže jsou uvedeny v ČSN ISO 13822, příloha NC.

## **2.4 Modelové nejistoty**

Nejistoty spojené s přesností modelů se při ověřování existujícího mostu metodou dílčích součinitelů zohlední v příslušných dílčích součinitelích. Zásady jsou uvedeny v ČSN ISO 13822 a ČSN EN 1990.

V pravděpodobnostních analýzách spolehlivosti se použijí pravděpodobnostní modely součinitelů nejistot podle přílohy C těchto TP.



### 3 POŽADOVANÁ SPOLEHLIVOST

#### 3.1 Směrná úroveň spolehlivosti

Směrná úroveň spolehlivosti, vyjádřená zpravidla indexem spolehlivosti  $\beta_i$ , se má při ověřování existujícího mostu uvažovat jako úroveň spolehlivosti, která je dána kritérii přijatelnosti definovanými v platných normách, tedy především v ČSN ISO 13822, ČSN EN 1990 a také v ČSN ISO 2394.

Směrná úroveň spolehlivosti a kritéria přijatelnosti se musí deklarovat společně s výstižnými funkcemi mezních stavů a se specifickými modely základních veličin.

Při stanovení směrné úrovně spolehlivosti konstrukce se mají uvážit příslušná hlediska, která zahrnují:

- možnou příčinu nebo způsob, jakým se mezní stav dosáhne; např. pokud může dojít k náhlému zřícení mostu nebo jeho nosného prvku, musí se prvek navrhnout na vyšší úroveň spolehlivosti než prvek, u kterého vlastnímu zřícení předchází určité známky porušení umožňující provést potřebná opatření (viz ČSN EN 1991-1-7)
- velikost následků poruchy vyjádřenou na základě pravděpodobnosti ztráty lidských životů, zranění, očekávaných ekonomických, sociálních nebo ekologických ztrát a rozsahem společenské závažnosti včetně ztráty kulturních hodnot
- předpokládanou reakci veřejnosti na uvažovaný typ poruchy, s ohledem na sociální a ekonomické podmínky
- velikost nákladů na opatření, která jsou potřebná pro snížení pravděpodobnosti poruchy.

V tab. 3.1 jsou uvedeny směrné hodnoty indexu spolehlivosti  $\beta_i$  pro ověřování mezních stavů únosnosti a použitelnosti. Uvedené směrné hodnoty se požadují pro určitou referenční dobu, která je obvykle rovna zbytkové životnosti mostu. Tab. 3.1 vychází z ČSN ISO 13822.

**Tab. 3.1 Směrné hodnoty indexu spolehlivosti  $\beta_i$**

Mezní stavy	$\beta_i$
Použitelnosti	
– vratné jevy	0,0
– nevratné – malé následky poruchy	1,3
– nevratné – střední následky poruchy	1,5
– nevratné – velké následky poruchy	2,3
Únavy	
– kontrolovatelné	2,3 – 4,3 <sup>*)</sup>
– nekontrolovatelné	3,1 – 4,3 <sup>*)</sup>
Únosnosti	
– velmi malý následek poruchy	2,3
– malý následek poruchy	3,1
– střední následek poruchy	3,8
– velký následek poruchy	4,3

<sup>\*)</sup> podle očekávaných následků poruchy

**POZNÁMKA 1** Směrné hodnoty indexu spolehlivosti  $\beta_i$ , které jsou pro jednotlivé mezní stavy uvedeny v tab. 3.1, lze podrobněji specifikovat s ohledem na odhadnutou zbytkovou životnost mostu, předpokládané následky porušení mostů a náklady na jejich odstranění. Mohou také zahrnovat náklady na zvýšení bezpečnosti.

**POZNÁMKA 2** Velikost směrné úrovně spolehlivosti lze stanovit na základě optimalizačních postupů podle zásad ČSN ISO 2394. Postup optimalizace lze založit na minimalizaci celkových nákladů podle vztahu

$$C_{\text{tot}}(t, p) = -C_0(p) + C_{\text{PR}}(t, p) + C_U(t, p) + C_{\text{OP}}(p) + \sum_i P_{f,i}(t, p) C_{f,i}(t) \quad (3.1)$$

- kde  $C_0$  je zbytková hodnota mostu v okamžiku rozhodování o opravě, s uvážením případného navýšení hodnoty vlivem opravy
- $C_{\text{PR}}$  náklady na provádění prohlídek
- $C_U$  náklady na údržbu a budoucí opravy
- $C_{\text{OP}}$  náklady na opravu zahrnující přímé náklady (náklady na průzkumy, projekční práce, stavební náklady) a nepřímé náklady (ekonomické ztráty v důsledku omezení provozu nebo odklonění dopravy, nepříznivé dopady na životní prostředí)
- $C_{f,i}$  náklady související s poruchou pro  $i$ -tý mezní stav, které mohou zahrnovat společenské, ekonomické, ekologické a další následky
- $P_{f,i}$  pravděpodobnost poruchy pro  $i$ -tý mezní stav (např. nepřipustné trhliny, deformace, porušení nosného prvku)
- $p$  návrhový parametr (např. tloušťka krycí vrstvy) ovlivňující odolnost mostu, životnost, který může mít vliv na údržbu, na četnost prohlídek atd.

Náklady související s poruchou  $C_{f,i}$  zahrnují všechny následky vyvolané poruchou. Pro odhad nákladů souvisejících s poruchou lze využít informativní podíl nákladů  $\rho$  uvedený v tab. 3.2. Zodpovědné úřady mohou požadovat dodržení určité minimální úrovně spolehlivosti s ohledem na možné škody na lidském zdraví.

### 3.2 Diferenciace spolehlivosti

Požadovanou úroveň spolehlivosti lze předepsat pro celou nosnou konstrukci mostu nebo pro její jednotlivé nosné prvky. Úroveň spolehlivosti je možno stanovit v závislosti na následcích porušení mostu, které lze rozlišit na velmi malé, malé, střední nebo velké s ohledem na možné ztráty lidských životů nebo na ekonomické, sociální a ekologické následky.

Podle následků porušení jsou existující betonové mosty klasifikovány do čtyř tříd CC1 až CC3. Tab. 3.2 uvádí příklady mostů PK, které lze do jednotlivých tříd zařadit. Pro lepší možnost klasifikace konkrétního mostu jsou zde také uvedeny informativní hodnoty parametru  $\rho = (C_f + C_0) / C_0$ , kde  $C_0$  jsou náklady na pořízení mostu převedené na současnou hodnotu.

**POZNÁMKA** Pokud se stanoví, že podíl nákladů  $\rho$  je větší než 10, pak se mají následky považovat za extrémní. V těchto případech se doporučuje provést podrobnou analýzu a optimalizaci nákladů a výnosů.

**Tab. 3.2 Kategorizace mostů podle následků poruchy**

Třídy následků	Popis následků s ohledem na poškození lidského zdraví, následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Příklady mostů PK	Informativní podíl nákladů $\rho$
CC1a velmi malé	velmi malé následky	mosty na velmi málo využívaných PK	$1 < \rho \leq 1,5$
CC1b malé	malé následky	mosty malých rozpětí na silnicích II. a III. třídy	$1,5 < \rho \leq 2,5$
CC2 střední	střední následky	obvyklé typy mostů	$2,5 < \rho \leq 5$
CC3 velké	velké následky	mosty velkých rozpětí a mosty na dálnicích a rychlostních komunikacích	$5 < \rho \leq 10$

### 3.3 Zbytková životnost

Zbytkovou životnost existujících mostů PK lze stanovit (viz také ČSN ISO 13822 a TP 175) na základě

- znalosti životnosti obdobného mostu
- urychlených zkoušek degradačních procesů na konstrukci nebo jejích prvků
- matematických modelů degradačních procesů
- pravděpodobnostních metod.

Uplatnění pravděpodobnostních metod pro stanovení životnosti konstrukce je znázorněno na obr. 3.1, předpokládá se, že se hodnocení existujícího mostu provádí v čase  $t_{pr}$  od počátku uvedení mostu do provozu. Pokud je známa časová závislost odolnosti mostní konstrukce nebo jejího prvku  $R(t)$  a účinků zatížení  $E(t)$ , je možné stanovit zbytkovou životnost konstrukce. Pravděpodobnostní rozdělení odolnosti a účinků zatížení je znázorněno na obr. 3.1 prostřednictvím funkcí hustot pravděpodobnosti.

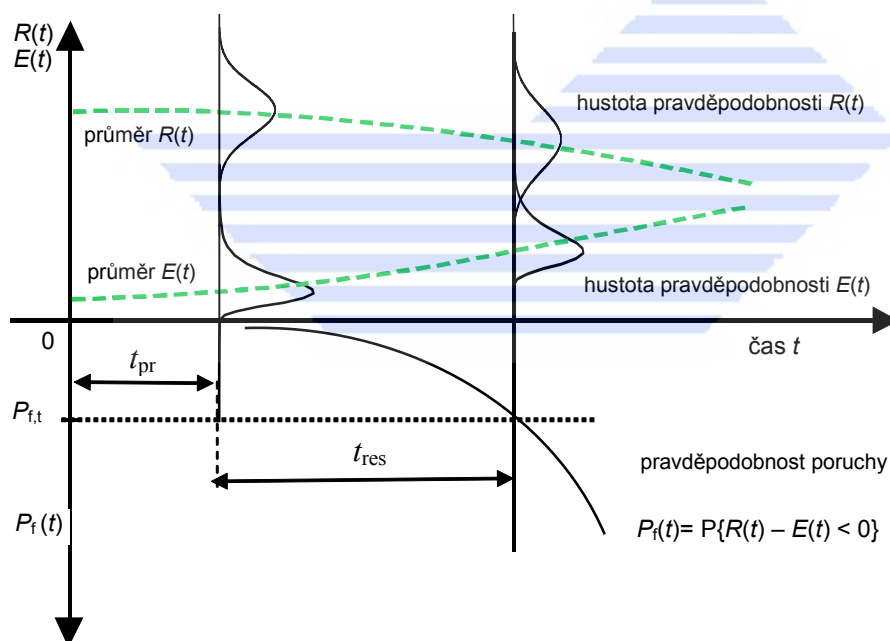
Pravděpodobnost poruchy  $P_f(t)$  je funkcí rostoucí v čase  $t$ . Pro odhad zbytkové doby životnosti  $t_{res}$  mostu lze zapsat vztah

$$P_f(t_{res}) = P\{R(t_{res}) - E(t_{res}) < 0\} = P_{f,t} \quad (3.2)$$

kde  $t_{res}$  je doba zbytkové životnosti mostu

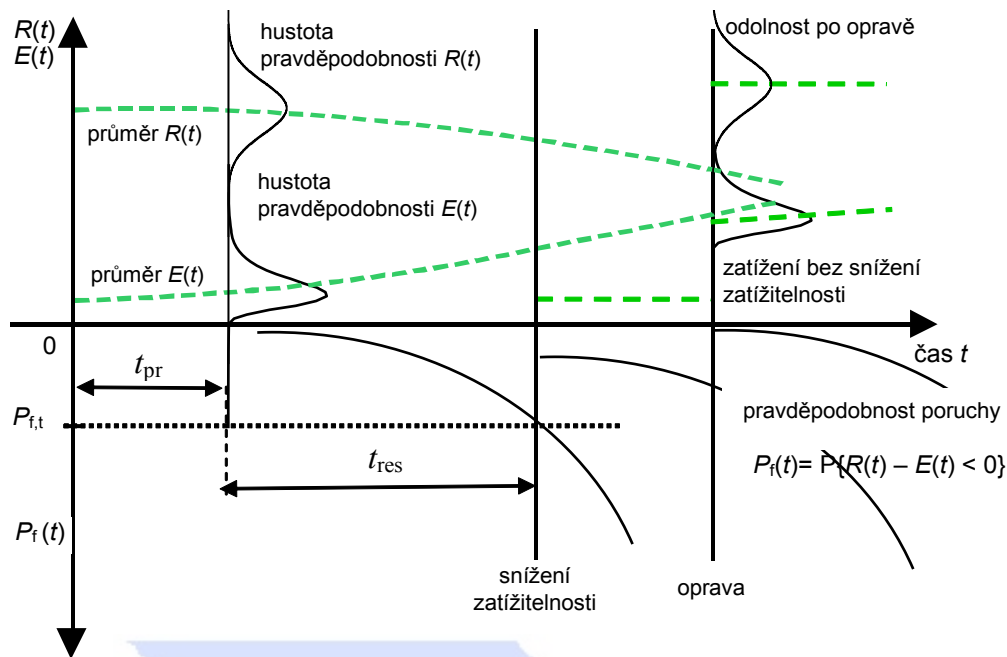
$P_{f,t}$  směrná pravděpodobnost poruchy (odpovídá indexu spolehlivosti  $\beta_t$ ).

Dosažení konce doby životnosti mostu vypočtené podle vztahu (3.2) však neznamená, že je most zcela nepoužitelný. Před uplynutím konce doby životnosti mostu se proto doporučuje provést nové hodnocení mostu s využitím aktuálních údajů o materiálových vlastnostech, o vlivu skutečných zatížení a působení degradačních procesů. Na základě těchto údajů se provede aktualizace odhadu životnosti mostu.



Obr. 3.1 – Pravděpodobnostní hodnocení životnosti mostu.

Vliv snížení zatížitelnosti (omezení dopravy) a vliv opravy mostu je schématicky znázorněn na obr. 3.2.



Obr. 3.2 – Vliv snížení zatížitelnosti a opravy při hodnocení životnosti mostu.

## 4 OVĚŘENÍ MOSTŮ METODOU DÍLČÍCH SOUČINTELŮ

### 4.1 Všeobecně

Základní metodou pro ověřování spolehlivosti existujících mostů je metoda dílčích součinitelů. Její zásady jsou uvedeny v ČSN EN 1990 a ČSN ISO 13822. Podstatou této metody je ověření, že mostní konstrukce vyhovují ve všech návrhových situacích a žádný mezní stav není překročen, jestliže se ve výpočetních modelech uvažují příslušné návrhové hodnoty základních veličin  $X$  pro zatížení, materiálové vlastnosti a geometrické údaje.

Pro ověřování spolehlivosti existujících mostů je potřebné uvažovat

- různé výpočetní modely pro ověření mezních stavů únosnosti a použitelnosti,
- návrhové hodnoty základních veličin stanovené na základě charakteristických nebo dalších reprezentativních hodnot a dílčích součinitelů  $\gamma$  a součinitelů  $\psi$ .

Dílčí součinitele  $\gamma_i$  u základních veličin  $X_i$  s nepříznivým vlivem na pravděpodobnost poruchy  $P_f$ , pro které jsou součinitele citlivosti  $\alpha_i < 0$  (veličiny zatížení), se stanoví ze vztahů uvedených v NP ČSN ISO 13822

$$\gamma_i = X_{id} / X_{ik} \quad (4.1)$$

a u veličin s příznivým vlivem na pravděpodobnost poruchy  $P_f$ , kde jsou součinitele citlivosti  $\alpha_i > 0$  (veličiny odolnosti), ze vztahu

$$\gamma_i = X_{ik} / X_{id} \quad (4.2)$$

kde  $X_{id}$  jsou návrhové a  $X_{ik}$  charakteristické hodnoty základních veličin. Takto stanovené dílčí součinitele  $\gamma_i$  jsou zpravidla větší než 1.

Pro ověřování mostů se použijí skutečné charakteristické hodnoty zatížení a materiálových vlastností získané na základě nových informací (např. destruktivních a nedestruktivních zkoušek). Návrhové hodnoty základních veličin se pak stanoví z charakteristických hodnot a dílčích součinitelů podle vztahů (4.1) a (4.2).

Hodnoty dílčích součinitelů zatížení a materiálových vlastností jsou uvedeny v národních přílohách ČSN EN 1990 až ČSN EN 1999. Tyto hodnoty lze použít pro ověřování existujících mostů.

U existujících mostů mohou být k dispozici informace z prohlídek (materiálové zkoušky, rozměry, tloušťka vozovky, intenzita dopravy, účinky prostředí), které je možné použít pro upřesnění dílčích součinitelů zatížení a materiálových vlastností. Na základě znalosti míry porušení betonů a stupně koroze výztuže v určitém časovém intervalu (korozní rychlost) lze stanovit model degradace a také odhadnout zbytkovou životnost mostu.

Postupy pro možnost úpravy dílčích součinitelů zatížení a materiálových vlastností na základě požadované úrovně spolehlivosti a aktuálních znalostí o základních veličinách (na základě zkoušek) jsou uvedeny v následujících oddílech 4.2 a 4.3. Umožňuje se tak diferenciaci spolehlivosti existujících betonových mostů PK.

Postupy stanovení zatížení a materiálových vlastností na základě zkoušek jsou uvedeny v příloze A těchto TP.

## 4.2 Zásady modifikace dílčích součinitelů pro zatížení

### 4.2.1 Dílčí součinitele pro stálá zatížení

Charakteristickou hodnotu stálého zatížení  $G_k$  lze obvykle uvážit jako průměrnou hodnotu (viz ČSN EN 1990, 4.1.2(2)P a ČSN EN 1991-1-1), která se stanovuje z nominálních rozměrů a průměrných hodnot objemových tíh, platí tedy  $G_k = \mu_G$ .

**POZNÁMKA** Jestliže je však variabilita stálého zatížení vyšší, nebo je při ověřování určitého mezního stavu důležité tuto variabilitu uvažovat, pak je třeba použít 5% dolní kvantil a 95% horní kvantil.

Za předpokladu normálního rozdělení stálého zatížení lze tyto hodnoty určit jako

$$G_{k,inf} = \mu_G - 1,64 \sigma_G = \mu_G (1 - 1,64 V_G)$$

$$G_{k,sup} = \mu_G + 1,64 \sigma_G = \mu_G (1 + 1,64 V_G)$$

kde  $V_G$  je variační koeficient vlastní tíhy  $G$ ,  $\mu_G$  její průměr a  $\sigma_G$  směrodatná odchylka.

Návrhová hodnota stálého zatížení  $G_d$  se stanoví za předpokladu obvykle používaného normálního rozdělení

$$G_d = \mu_G - \alpha_G \beta \sigma_G = \mu_G + 0,7 \beta \sigma_G = \mu_G (1 + 0,7 \beta V_G) \quad (4.3)$$

kde  $\alpha_G$  je součinitel citlivosti;  $\alpha_G = -0,7$  pro stálé zatížení uvažované jako dominantní.

Dílčí součinitel  $\gamma_G$  stálého zatížení se určí na základě poměru příslušné návrhové a charakteristické hodnoty tohoto zatížení podle výrazu (4.1) jako

$$\gamma_G = G_d / G_k = \mu_G (1 - \alpha_G \beta V_G) / \mu_G = 1 - \alpha_G \beta V_G \quad (4.4)$$

kde variační koeficient stálého zatížení  $V_G$  je možno stanovit na základě výsledků zkoušek z podrobné prohlídky existujícího mostu s uvážením modelových nejistot.

V obvyklých případech lze variační koeficient vlastní tíhy konstrukce (beton, ocel) uvážit hodnotou  $V_G = 0,05$ . Pro ostatní stálá zatížení bývá variační koeficient obvykle větší, běžně asi 10 %.

Pokud se bude předpokládat vlastní tíha mostu o variačním koeficientu  $V_G = 0,05$ , stálé zatížení dominantní (ve vztahu (6.10) nebo (6.10a) podle ČSN EN 1990), pak pro součinitel citlivosti  $\alpha_G = -0,7$  a směrnou hodnotu indexu spolehlivosti  $\beta_1 = 3,8$  se stanoví dílčí součinitel stálého zatížení na základě vztahu (4.4) jako

$$\gamma_G = 1 - \alpha_G \beta V_G = 1 + 0,7 \times 3,8 \times 0,05 \approx 1,15 \quad (4.5)$$

**POZNÁMKA** Tato hodnota dílčího součinitele pro vlastní tíhu se blíží hodnotě používané v původních ČSN. Pro vlastní tíhu se doporučuje uvažovat dílčí součinitel  $\gamma_G$  hodnotou alespoň  $\gamma_G = 1,15$ .

Pokud se uvažuje, že stálé zatížení není dominantní (kdy  $\alpha_G = -0,28$ ), viz vztah (6.10b) pro základní kombinaci zatížení podle ČSN EN 1990, a variační koeficient opět  $V_G = 0,05$ , pak se stanoví dílčí součinitel pro stálé zatížení jako

$$\gamma_G = 1 + 0,28 \times 3,8 \times 0,05 = 1,05 \quad (4.6)$$

kde je již zahrnuta redukce součinitelem  $\xi = 0,85$ , a tedy ve výrazu (6.10b) se již redukce součinitelem  $\xi$  neuplatňuje.

**POZNÁMKA** V hodnotě dílčího součinitele stálého zatížení doporučeného v Eurokódech se ještě uvažuje součinitel modelových nejistot ( $\gamma_S \approx 1,05$ ). Pokud je u konkrétního případu existujícího mostu k dispozici dostatek údajů, pak lze dílčí součinitel pro nedominantní zatížení uvažovat roven 1,0.

#### 4.2.2 Dílčí součinitele pro proměnná zatížení

Pro stanovení dílčích součinitelů pro proměnná zatížení je potřebné určit na základě dostupných dat jejich vhodné modely (distribuční funkce), viz příloha C. Vztahy pro stanovení  $p$ -kvantilů jsou uvedeny v příloze F, podrobněji jsou popsány např. ve skriptech [Holický 2005].

#### Dílčí součinitele pro zatížení dopravou

Základním proměnným zatížením u mostů je zatížení dopravou. Pro ověření existujících mostů lze postupovat takto:

- V obvyklých případech se použijí modely zatížení dopravou uvedené v ČSN EN 1991-2 s doporučenými hodnotami dílčích součinitelů. Pokud jsou k dispozici data o intenzitě a skladbě dopravy pro konkrétní most, pak lze provést aktualizaci zatížení dopravou prostřednictvím regulačních součinitelů.
- Pro konkrétní existující most se stanoví na základě měření dopravy (nápravových tlaků, složení dopravy a její intenzity) a jejího statistického vyhodnocení vlastní modely a určí jejich charakteristické a návrhové hodnoty. Zásady jsou uvedeny v ČSN EN 1991-2 a ve zprávě (Report 101).

**POZNÁMKA** Dílčí součinitel pro zatížení dopravou je doporučen v ČSN EN 1990/A1 hodnotou  $\gamma_Q = 1,35$ . Předpokládá se zde, že stanovené charakteristické hodnoty jednotlivých modelů zatížení dopravou jsou určeny dostatečně vystižně, takže lze uvažovat menší hodnotu dílčího součinitele ( $\gamma_Q = 1,35$ ), než je tomu u dalších typů proměnných zatížení, kde  $\gamma_Q = 1,5$ . Menší hodnota dílčího součinitele zatížení dopravou vyplývá také ze skutečnosti, že variační koeficient zatížení dopravou pro referenční dobu jednoho roku je velmi nízký.

#### Dílčí součinitele pro klimatická zatížení

Charakteristická hodnota klimatického zatížení (vítr, sníh, námraza, teplota) je stanovena podle ČSN EN 1990 tak, aby pravděpodobnost jejího překročení v průběhu referenční doby jednoho roku byla 0,02 (odpovídá střední době návratu 50 let).

**POZNÁMKA** V některých případech, jako jsou například dočasné etapy provádění, může být v závislosti na charakteru zatížení nebo zvolené návrhové situaci vhodnější jiná pravděpodobnost  $p$  nebo jiná doba návratu (viz EN 1991-1-6 pro dočasné návrhové situace a kratší etapy provádění).

Pokud se pro klimatické zatížení přijme Gumbelovo rozdělení, které je doporučeno v příslušných částech ČSN EN 1991, pak se  $p$ -kvantil klimatického zatížení  $Q_p$  stanoví

$$Q_p = \mu_Q \{1 - V_Q [0,45 - 0,78 \ln N + 0,78 \ln(-\ln p)]\} \quad (4.7)$$

kde  $p$  je pravděpodobnost překročení tohoto zatížení v dané referenční době,  $V_Q$  označuje variační koeficient příslušného klimatického zatížení pro základní časový interval (např. 1 rok) a  $N$  označuje počet očekávaných změn intenzity zatížení (např. 100) během předpokládané životnosti mostu (např. 100 let).

Pro charakteristickou hodnotu klimatického zatížení o pravděpodobnosti  $p = 0,98$  platí vztah

$$Q_k = \mu_Q \{1 - V_Q [0,45 + 0,78 \ln(-\ln 0,98)]\} \quad (4.8)$$

a pro návrhovou hodnotu

$$Q_d = \mu_Q \{1 - V_Q [0,45 - 0,78 \ln N + 0,78 \ln(-\ln(\Phi(-\alpha_E \beta)))]\} \quad (4.9)$$

kde  $\Phi$  je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení,  $\beta$  je index spolehlivosti a  $\alpha_E$  je součinitel citlivosti.

Dílčí součinitel proměnného zatížení se pak stanoví na základě vztahu (4.1) jako

$$\gamma_Q = \frac{1 - V_Q(0,45 - 0,78 \ln N + 0,78 \ln(-\ln(\Phi(-\alpha_E \beta)))}{1 - V_Q(0,45 + 0,78 \ln(-\ln 0,98))} \quad (4.10)$$

Vztah (4.10) lze použít pro stanovení dílčího součinitele klimatického zatížení za předpokladu platnosti Gumbelova rozdělení. Variační součinitel klimatického zatížení se určí pro místo staveniště na základě údajů ČHMÚ. Směrnou hodnotu indexu spolehlivosti lze pro uvažovanou kategorii existujícího mostu určit podle tab. 3.1.

Pro některá klimatická zatížení (např. klimatické teploty) může být výstižnější uvažovat Weibullovo rozdělení extrémních hodnot. Pro hodnotu klimatického zatížení  $Q_p$  s dobou návratu  $N$  let se zapíše

$$Q_{Np} = \mu(N) + u_p \sigma(N) \quad (4.11)$$

kde

$$\mu(N) = x_{\text{sup}} - (Nc_2)^{-c_1^{-1}} \Gamma\left(\frac{c_1+1}{c_1}\right) \quad (4.12)$$

$$\sigma(N) = \sqrt{-\Gamma\left(\frac{c_1+2}{c_1}\right) - \Gamma\left(\frac{c_1+2}{c_1}\right)^2} (Nc_2)^{-c_1^{-1}} \quad (4.13)$$

a kde kvantil Weibullova rozdělení se stanoví jako

$$u_p = \left(\Gamma\left(\frac{c_1+1}{c_1}\right) - \sqrt[3]{-\ln(p)}\right) / \sqrt{\Gamma\left(\frac{c_1+2}{c_1}\right) - \Gamma\left(\frac{c_1+1}{c_1}\right)^2} \quad (4.14)$$

a kde  $c_1$  a  $c_2$  jsou parametry tohoto rozdělení a  $\Gamma$  je úplná gama funkce (Holický 2005).

Dílčí součinitel zatížení se stanoví na základě vztahu

$$\gamma_Q = \frac{x_{p,50}(\Phi_N^{-1}(-\alpha_E \beta))}{x_{p,1}(0,98)} \quad (4.15)$$

kde  $\alpha_E$  je součinitel citlivosti a  $\beta$  je požadovaná hodnota indexu spolehlivosti pro kategorizovaný most.

Pokud by pro některé klimatické, popř. jiné proměnné zatížení bylo vhodnější lognormální rozdělení, pak se pro  $V_Q \leq 0,25$  a počet očekávaných změn intenzity zatížení  $N$  charakteristická a návrhová hodnota zatížení  $Q$  stanoví jako

$$Q_k = \mu_Q \exp(u_{0,98} V_Q) \quad (4.16)$$

$$Q_d = \mu_Q \exp(u_{pd} V_Q) \quad (4.17)$$

kde  $u$  je kvantil normovaného normálního rozdělení a kde pravděpodobnost  $p_d = [\Phi(-\alpha_E \beta)]^{(1/N)}$ . Dílčí součinitel zatížení se stanoví

$$\gamma_Q = \exp[(u_{pd} - u_{0,98}) V_Q] \quad (4.18)$$

Variační koeficient klimatického zatížení se stanoví na základě údajů ČHMÚ, směrné hodnoty indexu spolehlivosti podle tab. 3.1 těchto TP.

Příklady stanovení dílčích součinitelů zatížení jsou uvedeny v příloze E.

### 4.3 Dílčí součinitele pro materiálové vlastnosti a odolnost konstrukce

Návrhová hodnota odolnosti  $R_d$  se obvykle vyjadřuje vztahem na základě (6.6) z ČSN EN 1990

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\{X_{d,i}; a_d\} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\left\{\eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d\right\} \quad i \geq 1 \quad (4.19)$$

kde  $\gamma_{Rd}$  dílčí součinitel zahrnující nejistoty modelu odolnosti včetně geometrických odchylek,  
 $X_{d,i}$  návrhová hodnota vlastnosti materiálu  $i$ .

Charakteristická hodnota  $X_k$  pevnosti materiálu se definuje jako dolní 5% kvantil ( $u_p = -1,645$ ) z příslušného pravděpodobnostního rozdělení, obvykle se volí dvouparametrické lognormální rozdělení s počátkem v nule. Pro charakteristickou hodnotu pevnosti materiálu lze zapsat vztah

$$X_k = \mu_X \exp(u_p V_X) \quad (4.20)$$

kde  $\mu_X$  je průměr pevnosti nebo jiné vlastnosti materiálu a  $V_X$  variační koeficient.

Návrhová hodnota  $X_d$  pevnosti materiálu se stanoví jako

$$X_d = \mu_X \exp(-\alpha_R \beta V_X) \quad (4.21)$$

kde  $\alpha_R = 0,8$ ,  $\beta$  požadovaná hodnota indexu spolehlivosti a  $V_X$  variační koeficient pevnosti materiálu.

Dílčí součinitel pro pevnost materiálu (odolnost konstrukce) lze vyjádřit vztahem

$$\gamma_X = \exp(-1,645 V_X) / \exp(-\alpha_X \beta V_X) \quad (4.22)$$

Pro stanovení numerické hodnoty tohoto dílčího součinitele je potřebné určit variační koeficient pevnosti materiálu (odolnosti konstrukce).

V některých případech je potřebné uvažovat nejen s variačním koeficientem pevnosti materiálu, popř. odolnosti konstrukce  $V_X$ , avšak také s variačním koeficientem geometrických vlastností  $V_{geo}$  a případně také modelových nejistot  $V_\xi$ .

Variační koeficient celkové odolnosti  $V_R$  se pak stanoví na základě dílčích variačních koeficientů jednotlivých veličin. Pokud by se například odolnost stanovovala na základě lineárního vztahu mezi základními veličinami pro materiálové a geometrické vlastnosti a modelové nejistoty, pak se určí variační koeficient  $V_R$  pro odolnost jako

$$V_R = \sqrt{V_X^2 + V_{geo}^2 + V_\xi^2} \quad (4.23)$$

kde  $V_X$  je variační koeficient pevnosti materiálu,  $V_{geo}$  je variační koeficient geometrických vlastností a  $V_\xi$  je koeficient modelových nejistot.

Informativní hodnoty variačních koeficientů pro beton a betonářskou výztuž jsou uvedeny v tab. 4.1.

**Tab. 4.1 Informativní hodnoty variačních koeficientů pro beton a betonářskou výztuž.**

Materiál	$V_X$	$V_{geo}$	$V_\xi$	$V_R$
Beton	0,15	0,05	0,05	0,166
Betonářská výztuž	0,05	0,05	0,05	0,087

POZNÁMKA 1 Pokud by se použily hodnoty z tab. 4.1 pro stanovení dílčích součinitelů, je možno zapsat podle vztahu (4.22) pro dílčí součinitel betonu

$$\gamma_{mc} = \exp(-1,645 V_{Xc}) / \exp(-\alpha_R \beta V_R) = \exp(-1,645 \times 0,15) / \exp(0,8 \times 3,8 \times 0,166) = 1,3$$

a pro dílčí součinitel oceli

$$\gamma_{ms} = \exp(-1,645 V_{Xs}) / \exp(-\alpha_R \beta V_R) = \exp(-1,645 \times 0,05) / \exp(0,8 \times 3,8 \times 0,087) = 1,2$$

POZNÁMKA 2 V ČSN EN 1992 se uvažuje s určitými nejistotami plynoucími z toho, že pevnost betonu v tlaku se sleduje na základě zkoušek betonových vzorků, které se přímo nezískávají z konstrukce. Proto se předpokládá



součinitel konverze  $\eta = 1,15$ , kterým se zvyšuje dílčí součinitel pro beton  $\gamma_{mc}$ , a pro dílčí součinitel betonu se pak stanoví

$$\gamma_c = \eta \gamma_{mc} = 1,15 \times 1,3 = 1,5$$

což je hodnota doporučená v ČSN EN 1992. V ČSN EN 1992-1-1, příloha A, se za jistých předpokladů umožňuje snížit hodnota dílčího součinitele. Proto i u existujících konstrukcí se podle míry znalostí může upravit dílčí součinitel, případně se bude uvažovat hodnota převodního součinitele  $\eta \approx 1$ . V obvyklých případech se doporučuje uvažovat dílčí součinitel pro mez kluzu výztuže  $\gamma_s$  hodnotou alespoň 1,1 a dílčí součinitel pro pevnost betonu  $\gamma_c$  hodnotou alespoň 1,4.

Pokud však není k dispozici dostatek znalostí o statistických charakteristikách materiálových vlastností, stanoví se jejich charakteristické hodnoty na základě zkoušek a použijí se doporučené hodnoty dílčích součinitelů pro beton a výztuž.

Příklad úpravy dílčího součinitele pro materiálové vlastnosti je uveden v příloze E.



## **PŘÍLOHA A: STANOVENÍ ZATÍŽENÍ A MATERIÁLOVÝCH VLASTNOSTÍ NA ZÁKLADĚ ZKOUŠEK**

### **A.1 Všeobecně**

Základní pokyny pro vyhodnocení zkoušek poskytují ČSN EN 1990, příloha D, a ČSN ISO 13822, národní přílohy NA a NB.

**POZNÁMKA** Tyto TP podrobněji vysvětlují vybrané pokyny ČSN ISO 13822 a zaměřují se na nejčastější úlohu stanovení charakteristických a návrhových hodnot jedné vlastnosti základní veličiny (např. pevnosti materiálu).

Výsledky zkoušek se mají vyhodnotit na základě statistických metod, pomocí dostupných statistických znalostí o typech rozdělení a jejich příslušných parametrech. Metody, které jsou dále popsány, se použijí při splnění následujících podmínek:

- statistické údaje (včetně apriorních informací – viz oddíl A.4 a A.5) jsou převzaty ze známých základních souborů, které jsou dostatečně homogenní,
- je k dispozici dostatečný počet zkoušek.

Při hodnocení výsledků zkoušek se rozlišují případy:

- provádí se pouze jedna zkouška nebo velmi málo zkoušek (méně než 5), kdy není možné provést klasické statistické hodnocení; při uvážení rozsáhlých apriorních informací spojených s hypotézou o relativních stupních důležitosti těchto informací a výsledků zkoušek lze použít postupy aktualizace apriorních modelů (viz oddíl A.5),
- provádí se řada zkoušek, kdy je možné klasické statistické hodnocení.

**POZNÁMKA** Apriorní informace (tj. založené na předchozích zkušenostech) mohou vyplývat z dlouholetých zkušeností při ustálené výrobě, ze sledování podobných konstrukcí nebo z údajů v předpisech nebo odborné literatuře.

Výsledek hodnocení zkoušky se má považovat za platný pouze pro specifikace a charakteristiky zatížení uvažované při zkouškách. Pokud se výsledky extrapolují tak, aby se pokryly další návrhové parametry a zatížení, je doporučováno použít doplňující informace z předchozích zkoušek nebo založené na teoretickém podkladě.

### **A.2 Stanovení vlastní tíhy a zatížení stálých**

Při určování zatížení působících na existující konstrukci se musí přihlídnout ke skutečnému provedení a stavu konstrukce a k jejím zamýšleným změnám podle plánovaného účelu používání. V případě, že není k dispozici původní dokumentace nebo nelze z původní dokumentace spolehlivě určit druh, uspořádání a velikost působících zatížení, zjišťují se tato zatížení šetřením na místě.

Charakteristické hodnoty vlastní tíhy a stálých zatížení lze určit experimentálně z provedených zkoušek. Z výsledku  $n$  vzorků o zatíženích  $g_1, g_2, \dots, g_n$  se stanoví odhad průměru  $m_G$ , odhad směrodatné odchylky  $s_G$  a charakteristická hodnota  $G_k$  vlastní tíhy nebo stálého zatížení podle vztahů

$$m_G = \frac{\sum g_i}{n}; \quad s_G = \sqrt{\frac{\sum (g_i - m_G)^2}{n-1}}; \quad G_k = m_G \pm k_n s_G \quad (\text{A.1})$$

Při obvyklém předpokladu normálního rozdělení je součinitel  $k_n$ , který je závislý na počtu zkoušek materiálových vlastností (počtu vzorků), uveden v tab. A.1 převzaté z ČSN ISO 13822. Pro mezilehlé hodnoty se součinitel  $k_n$  stanoví lineární interpolací. Ve vztahu pro  $G_k$  se uvažuje znaménko "plus", pokud působí stálé zatížení nepříznivě, a znaménko "minus", pokud působí příznivě.

**Tab. A.1 Součinitel  $k_n$  pro stanovení charakteristické hodnoty stálého zatížení na základě počtu odebraných vzorků**

Počet vzorků $n$	Součinitel $k_n$	Počet vzorků $n$	Součinitel $k_n$
5	0,69	15	0,35
6	0,60	20	0,30
7	0,54	25	0,26
8	0,50	30	0,24
9	0,47	40	0,21
12	0,39	>50	0,18

**POZNÁMKA** Počet odebraných vzorků má být alespoň 5. Při menším počtu vzorků než 5 je účelné stanovenou směrodatnou odchylku  $s_G$  porovnat s předchozími výsledky. V těchto případech však většinou nelze přímo použít statistické hodnocení a je možné uvažovat, že charakteristická hodnota musí být při nepříznivém účinku stálého zatížení nejméně rovna nejvyšší zjištěné hodnotě (při příznivém účinku stálého zatížení nejvýše rovna zjištěné hodnotě).

### A.3 Stanovení zatížitelnosti mostů PK

Zatížitelnost existujícího mostu se stanoví podle ČSN 73 6222. Další informace jsou uvedeny v TP 200 a v příloze D těchto TP.

Při výpočtu zatížitelnosti lze použít dílčí součinitele zatížení a materiálových vlastností podle zásad kapitoly 4 a této přílohy.

### A.4 Stanovení materiálových vlastností

#### A.4.1 Základní postupy pro stanovení jedné nezávislé vlastnosti

Návrhové hodnoty materiálových vlastností se podle ČSN ISO 13822 a ČSN EN 1990 odvodí z výsledků zkoušek jedním z následujících postupů:

- stanovená charakteristická hodnota materiálové vlastnosti (např. pevnosti) se dělí dílčím součinitelem a v případě potřeby násobí převodním součinitelem  $\eta$ ,
- návrhová hodnota se určí přímo s implicitním nebo explicitním uvážením konverze výsledků a celkové požadované spolehlivosti.

V obvyklých případech se doporučuje použít pro stanovení návrhové hodnoty materiálové vlastnosti postup a), tedy vyjít z charakteristické hodnoty a pro stanovení návrhové hodnoty použít dílčí součinitele podle platných předpisů.

#### A.4.2 Hodnocení prostřednictvím charakteristické hodnoty

Při hodnocení se rozlišuje, zda je směrodatná odchylka  $\sigma_X$  známa, či nikoliv.

V případě neznámé směrodatné odchylky  $\sigma_X$  se návrhová hodnota veličiny  $X$  stanoví na základě charakteristické hodnoty  $X_k$  z následujících vztahů pro normální, resp. lognormální rozdělení

$$X_d = \eta_d \frac{X_{k(n)}}{\gamma_m} = \frac{\eta_d}{\gamma_m} (m_X - k_n s_X); \text{ resp. } X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} \exp(m_Y - k_n s_Y) \quad (\text{A.2})$$

kde  $\eta_d$  je návrhová hodnota převodního součinitele, která může významně záviset na druhu zkoušky a typu materiálu, viz EN 1990

$$m_X \quad \text{odhad průměru; } m_X = \Sigma(x_i) / n$$

- $s_X$  odhad směrodatné odchytky (výběrová směrodatná odchytky);  $s_X^2 = \Sigma[(x_i - m_X)^2] / (n - 1)$  a zároveň  $s_X \geq 0,1m_X$  (tj.  $V_X \geq 0,1$ )
- $m_Y$  odhad průměru logaritmu  $X$ ;  $m_Y = \Sigma(\ln x_i) / n$
- $s_Y$  odhad směrodatné odchytky logaritmu  $X$ ;  $s_Y^2 = \Sigma[(\ln x_i - m_Y)^2] / (n - 1)$
- $n$  počet vzorků

V případě známé směrodatné odchytky  $\sigma_X$  se návrhová hodnota veličiny  $X$  stanoví z následujících vztahů pro normální, resp. lognormální rozdělení

$$X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} (m_X - k_n \sigma_X); \text{ resp. } X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} \exp(m_Y - k_n \sigma_Y) \quad (\text{A.3})$$

kde  $\sigma_Y$  je směrodatná odchytky logaritmu  $X$ ;  $\sigma_Y = \sqrt{\ln[(\sigma_X / m_X)^2 + 1]} \approx \sigma_X / m_X$

Hodnoty  $k_n$  pro charakteristickou hodnotu  $X_k$  stanovenou jako 5% dolní kvantil jsou uvedeny v tab. A.2, viz ISO 13822, NA.2.

**Tab. A.2 Součinitele  $k_n$  pro charakteristickou hodnotu  $X_k$ ,  $P(X < X_k) = 0,05$ .**

Součinitel	Rozsah souboru $n$										
	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
$\sigma_X$ známá	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
$\sigma_X$ neznámá	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

**POZNÁMKA 1** V praktických případech je často výhodnější použít případ  $\sigma_X$  známá spolu s konzervativním horním odhadem  $\sigma_X$ , než aplikovat pravidla uvedená pro případ  $\sigma_X$  neznámá.

**POZNÁMKA 2** Použití součinitelů pro rozsahy  $n = 1$  a  $n = 2$  uvedené v tab. A.2 pro případ  $\sigma_X$  známá je spojeno se značnými statistickými nejistotami. Proto se doporučuje provést nejméně 3 až 6 zkoušek.

**POZNÁMKA 3** Součinitele  $k_n$  uvedené v tab. A.2 jsou založeny na Bayesovských postupech s „vágním“ apriorním rozdělením. Lze je stanovit z následujících vztahů podle znalostí o směrodatné odchylce:

- $k_n = -q_t(p, \nu) \sqrt{(1 + 1/n)}$ , kde  $q_t$  je kvantil Studentova  $t$ -rozdělení odpovídající zadané pravděpodobnosti  $p$  a počtu stupňů volnosti  $\nu = n - 1$ ; v případě neznámé směrodatné odchytky  $\sigma_X$
- $k_n = -u_p \sqrt{(1 + 1/n)}$ , kde  $u_p$  je kvantil normovaného normálního rozdělení odpovídající pravděpodobnosti  $p$ ; v případě známé směrodatné odchytky  $\sigma_X$ .

#### A.4.3 Hodnocení prostřednictvím návrhové hodnoty

Při hodnocení prostřednictvím návrhové hodnoty  $X_d$  a  $\sigma_X$  neznámé se návrhová hodnota stanoví ze vztahů pro normální, resp. lognormální rozdělení

$$X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} (m_X - k_{d,n} s_X); \text{ resp. } X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} \exp(m_Y - k_{d,n} s_Y) \quad (\text{A.4})$$

Při známé  $\sigma_X$  se návrhová hodnota veličiny  $X$  stanoví ze vztahů pro normální a lognormální rozdělení

$$X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} (m_X - k_{d,n} \sigma_X); \text{ resp. } X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} \exp(m_Y - k_{d,n} \sigma_Y) \quad (\text{A.5})$$

Hodnoty  $k_{d,n}$  pro návrhovou hodnotu hlavní veličiny odolnosti, stanovenou jako 1,18‰ dolní kvantil, jsou uvedeny v tab. A.3.

**Tab. A.3 Součinitele  $k_{d,n}$  pro návrhovou hodnotu  $X_d$  hlavní veličiny,  $P(X < X_d) = 0,00118$ .**

Součinitel	Rozsah souboru $n$										
	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
$\sigma_X$ známá	4,36	3,77	3,56	3,44	3,37	3,33	3,27	3,23	3,16	3,13	3,04
$\sigma_X$ neznámá	–	–	–	11,4	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,04

Hodnoty  $k_{d,n}$  pro návrhovou hodnotu vedlejší veličiny odolnosti, stanovenou jako 11% dolní kvantil, jsou uvedeny v tab. A.4.

**Tab. A.4 Součinitele  $k_{d,n}$  pro návrhovou hodnotu  $X_d$  vedlejší veličiny,  $P(X < X_d) = 0,11$ .**

Součinitel	Rozsah souboru $n$										
	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
$\sigma_X$ známá	1,73	1,50	1,42	1,37	1,34	1,32	1,30	1,29	1,26	1,25	1,23
$\sigma_X$ neznámá	–	3,40	2,04	1,73	1,59	1,51	1,43	1,38	1,30	1,27	1,23

## A.5 Aktualizace modelů základních veličin

V případě omezeného počtu zkoušek je vhodné při stanovení modelů základní veličiny nebo určování charakteristické nebo návrhové hodnoty využít apriorní informace o sledované veličině. ČSN ISO 2394 a ČSN ISO 13822 uvádějí postupy pro aktualizaci apriorních modelů na základě výsledků zkoušek. Postupy se opírají o základní poznatky z teorie pravděpodobnosti, zejména o definici podmíněné pravděpodobnosti a o Bayesovu větu [Holický 2005].

**POZNÁMKA 1** Apriorní modely mohou být stanoveny na základě dlouholetých zkušeností při ustálené výrobě, ze sledování podobných konstrukcí nebo s využitím údajů v odborné literatuře, viz např. příručka [JCSS 2001].

**POZNÁMKA 2** Nesprávné apriorní informace mohou vést k nesprávným modelům, a proto se při aktualizaci modelů základních veličin doporučuje zvýšená obezřetnost.

Předpokládá se, že

- vyšetřovanou veličinu lze popsat normálním nebo lognormálním rozdělením s počátkem v nule,
- průměr apriorního rozdělení sledované veličiny je popsán průměrnou hodnotou  $m'$  a variačním koeficientem  $v(m')$ , apriorní směrodatná odchylka průměrnou hodnotou  $s'$  a variačním koeficientem  $v(s')$  a jejich sdružená hustota pravděpodobnosti je uvedena v ISO 12491.

**POZNÁMKA** Pokud jsou k dispozici data naznačující vhodnost jiných apriorních pravděpodobnostních rozdělení, mají se tato rozdělení použít. Postupy aktualizace pro tyto případy jsou popsány například v [Ang & Tang 2007] a [Diamantidis 2001].

Apriorní variační koeficienty  $v(m')$  a  $v(s')$  mohou být známy z předchozích zkušeností, nebo je lze podle ČSN ISO 2394 stanovit z následujících vztahů

$$v(m') = s' / (m' \sqrt{n'}); \quad v(s') = 1 / \sqrt{2n'} \quad (\text{A.6})$$

kde  $n'$  je hypotetický rozsah souboru pro určení apriorního průměru  $m'$

- $n'$  hypotetický počet stupňů volnosti apriorní směrodatné odchylky  $s'$  (zaokrouhuje se dolů na celá čísla)

POZNÁMKA 1 Symbol ' značí dále apriorní charakteristiky, symbol " aktualizované charakteristiky a bez apostrofů se označují charakteristiky stanovené na základě zkoušek.

POZNÁMKA 2 Podklady pro stanovení vstupních parametrů  $v(m')$  a  $v(s')$  (nebo alternativně  $n'$  a  $v'$ ) lze nalézt v příručce [JCSS 2001] a ČSN ISO 2394.

Aktualizace apriorních parametrů  $m'$ ,  $s'$ ,  $n'$  a  $v'$  se s ohledem na výsledky zkoušek provede prostřednictvím následujících vztahů

$$\begin{aligned} n'' &= n + n' \\ v'' &= v + v' + \delta(n') \\ m'' &= (mn + m'n') / n'' \\ s''^2 &= (v s^2 + v' s'^2 + n m^2 + n' m'^2 - n'' m''^2) / v'' \end{aligned} \tag{A.7}$$

kde  $n$  je počet zkoušek

$v$  počet stupňů  $v = n - 1$

$\delta(\cdot)$  funkce definovaná následujícím způsobem:  $\delta(n' = 0) = 0$ ;  $\delta(n' > 0) = 1$

$m$  průměr stanovený na základě zkoušek

$s$  směrodatná odchylka stanovená na základě zkoušek.

Hledaný  $p$ -procentní kvantil se odhadne prostřednictvím Studentova  $t$ -rozdělení s využitím aktualizovaných charakteristik  $m''$ ,  $s''$ ,  $n''$  a  $v''$ :

$$x_p = m'' + q_t(p, v'') \sqrt{(1 + 1/n'') s''} \tag{A.8}$$

POZNÁMKA Pro stanovení součinitele  $k_n = -q_t(p, v'') \sqrt{(1 + 1/n'')}$  již obecně nelze použít tab. A.2 až A.4, protože nemusí platit  $v'' = n'' - 1$ .

Pokud je vhodné pro apriorní model veličiny  $X$  uvažovat lognormální rozdělení s počátkem v nule, stanoví se průměr a směrodatná odchylka podle vztahů

$$\begin{aligned} m_Y' &= \ln(m') - 0,5 \ln[1 + (v')^2]; \quad s_Y' = \sqrt{\{\ln[1 + (v')^2]\}}; \\ m_Y &= \sum \ln(x_i) / n; \quad s_Y = \sqrt{\{\sum [\ln(x_i) - m_Y]^2 / (n - 1)\}} \end{aligned} \tag{A.9}$$

Podobně jako pro normální rozdělení se s využitím parametrů získaných z (A.9),  $n$ ,  $v$ ,  $n'$  a  $v'$  odvodí ze vztahu (A.7) aktualizované charakteristiky  $m_Y''$ ,  $s_Y''$ ,  $n''$  a  $v''$ . Kvantil  $x_p$  pro pravděpodobnost  $p$  se odhadne ze vztahu

$$x_p = \exp[m_Y'' + q_t(p, v'') \sqrt{(1 + 1/n'') s_Y''}] \tag{A.10}$$

POZNÁMKA Při dlouhodobých sledováních se může ukázat, že směrodatnou odchylku  $s'$  lze považovat za známou (a tudíž deterministickou). V takovém případě platí  $v(s') \rightarrow 0$ ,  $v' \rightarrow +\infty$  a také  $q_t(p; +\infty) = u_p$ .

Vztahy (A.8) a (A.10) pro normální, resp. lognormální rozdělení lze tedy zapsat jako:

$$x_p = m'' + u_p \sqrt{(1 + 1/n'') s''}; \text{ resp. } x_p = \exp[m_Y'' + q_t(p, v'') \sqrt{(1 + 1/n'') s_Y''}]$$

## **PŘÍLOHA B: GLOBÁLNÍ FAKTOR PRO NELINEÁRNÍ VÝPOČTY**

### **B.1 Všeobecně**

Pokud se pro ověření existujících mostů použijí nelineární metody, postupuje se podle zásad ČSN EN 1992-2 (5.7 a příloha PP). Návrhová odolnost se stanoví podle vztahu

$$R_d = R(f_{ym}, f_{cm}, \dots) / \gamma_R \quad (\text{B.1})$$

kde vlastnosti materiálů použité pro výpočet odolnosti se uvažují svými průměry.

Pro průměrnou hodnotu meze kluzu  $f_{ym}$  se má použít  $f_{ym} = 1,1 f_{yk}$ .

POZNÁMKA Průměrná pevnost betonu se zde redukuje - bere se v úvahu větší proměnnost betonu  $f_{cm} = 1,1 \gamma_s / \gamma_c f_{ck}$ .

Globální součinitel odolnosti se doporučuje v ČSN EN 1992-2 hodnotou  $\gamma_R = 1,20$ . Pokud však nejsou uváženy ve výpočtu modelové nejistoty, má se použít  $\gamma_R = 1,27$ .

Globální součinitel odolnosti lze stanovit na základě ČSN EN 1990, příloha C, jak uvádí B.2 a B.3.

### **B.2 Návrhová odolnost**

Pro stanovení návrhové odolnosti (únosnosti)  $R_d$  nosného prvku nebo konstrukce lze použít pravděpodobnostní vztah podle ČSN EN 1990

$$\text{Prob}(R \leq R_d) = \Phi(-\alpha_R \beta) \quad (\text{B.2})$$

kde  $\Phi$  značí distribuční funkci normálního rozdělení,  $\beta$  index spolehlivosti,  $\alpha_R$  hodnotu součinitele citlivosti pro odolnost podle metody FORM, kde  $|\alpha| \leq 1$ . Pro konstrukce ve třídě spolehlivosti RC2 se v ČSN EN 1990 uvádí směrný index spolehlivosti  $\beta = 3,8$  (viz také tab. 3.1 pro existující mosty). Pro součinitel citlivosti  $\alpha_R$  je doporučena hodnota  $\alpha_R = 0,8$ . Pro tyto hodnoty  $\beta$  a  $\alpha_R$  představuje návrhová hodnota odolnosti  $R_d$  kvantil veličiny  $R$  o pravděpodobnosti

$$\Phi(-\alpha_R \beta) \sim \Phi(-3,04) = 0,00118 \quad (\text{B.3})$$

Návrhová hodnota odolnosti, pro kterou lze v běžných případech použít lognormální rozdělení s počátkem v nule, se stanoví

$$R_d = \mu_R \exp(-\alpha_R \beta V_R) \quad \text{pro } V_R = \sigma_R / \mu_R < 0,2 \quad (\text{B.4})$$

kde  $\mu_R$  značí průměrnou odolnost a  $V_R$  je odpovídající variační koeficient.

Charakteristická hodnota  $R_k$  odolnosti je 0,05 kvantil veličiny  $R$  stanovená jako

$$R_k = \mu_R \exp(-1,65 V_R) \quad (\text{B.5})$$

kde hodnota (-1,65) představuje 5% kvantil normované náhodné veličiny s normálním rozdělením.

Vztahy (B.4) a (B.5) platí dostatečně přesně pro veličiny s lognormálním rozdělením a variačním koeficientem  $V_R < 0,2$ , pro větší variační koeficient se použijí vztahy

$$R_d = \mu_R \exp[-\alpha_R \beta V_R \sqrt{\ln(1 + V_R^2)}] / \sqrt{(1 + V_R^2)} \quad (\text{B.6})$$

$$R_k = \mu_R \exp[-1,65 \sqrt{\ln(1 + V_R^2)}] / \sqrt{(1 + V_R^2)} \quad (\text{B.7})$$

### **B.3 Stanovení globálního součinitele odolnosti**

Globální součinitel odolnosti  $\gamma_M$  se stanoví na základě podílu průměrné  $\mu_R$  a návrhové hodnoty odolnosti  $R_d$  jako

$$\gamma_M = \frac{\mu_R}{R_d} = \frac{\mu_R}{\mu_R \exp(-\alpha_R \beta V_R)} = \frac{1}{\exp(-\alpha_R \beta V_R)} = \exp(\alpha_R \beta V_R) \quad (\text{B.8})$$

Pro obvyklou třídu spolehlivosti RC2, kde se doporučuje  $\beta = 3,8$ , a  $\alpha_R = 0,8$ , se pak globální součinitel  $\gamma_M$  stanoví jako

$$\gamma_M = \exp(3,04 V_R) \quad (\text{B.9})$$

který závisí pouze na variačním koeficientu  $V_R$ .

**POZNÁMKA** V některých případech, např. pro ověření mezních stavů použitelnosti, může být vhodnější určit globální součinitel  $\gamma_M$  místo z průměrné hodnoty  $\mu_R$  z charakteristické hodnoty odolnosti  $R_k$  (obvykle se uvažuje dolním 5% kvantilem).

Globální součinitel odolnosti lze pak vyjádřit vztahem

$$\gamma_M = \frac{R_k}{R_d} = \frac{\mu_R \exp(-1,65 V_R)}{\mu_R \exp(-\alpha_R \beta V_R)} = \exp((0,8 \times 3,8 - 1,65) V_R) = \exp(1,39 V_R)$$





## **PŘÍLOHA C: PRAVDĚPODOBNOSTNÍ METODY**

### **C.1 Všeobecně**

V této příloze se uvádějí zásady pravděpodobnostního ověřování spolehlivosti existujících betonových mostů PK, které vycházejí z ČSN ISO 13822, ČSN EN 1990 a [JCSS 2001].

Základní kroky při pravděpodobnostní analýze spolehlivosti nosného prvku existujícího mostu jsou

1. zvolení vhodné funkce mezního stavu
2. určení příslušné referenční doby
3. stanovení základních veličin, jejich pravděpodobnostních modelů a modelových nejistot
4. provedení analýzy citlivosti základních veličin
5. výpočet ukazatelů spolehlivosti (index spolehlivosti  $\beta$ , pravděpodobnost poruchy  $P_f$ )
6. porovnání vypočtených ukazatelů spolehlivosti s požadovanými směrnými hodnotami.

**POZNÁMKA** První krok pravděpodobnostní analýzy je v zásadě shodný s postupem metodou dílčích součinitelů. Druhý krok se musí pečlivě uvážit, neboť ovlivňuje pravděpodobnostní modelování mnoha základních veličin, zejména zatížení dopravou, klimatických zatížení a degradačních procesů. Třetí krok má značný vliv na výsledky pravděpodobnostní analýzy. Čtvrtý krok se musí provést, aby se stanovila citlivost významných veličin na výsledky analýzy (na pravděpodobnost poruchy, popř. index spolehlivosti). Modely významných veličin mohou být aktualizovány (zpřesněny) v opakovaném třetím kroku. Pátý krok se provede některou z dále uvedených metod. V šestém kroku se stanoví, zda vypočtené ukazatele spolehlivosti splňují požadavky na směrné hodnoty.

### **C.2 Zásady pravděpodobnostního ověřování spolehlivosti**

Zásady pravděpodobnostního ověřování existujících konstrukcí včetně mostů jsou uvedeny v ČSN ISO 13822, ČSN EN 1990 a ČSN ISO 2394.

**POZNÁMKA** Podrobnější návody obsahuje příručka [JCSS 2001] zpracovaná výzkumnou organizací JCSS, popř. další zdroje uvedené v bibliografii. Příručka JCSS uvádí zásady pravděpodobnostního ověřování konstrukcí, pravděpodobnostní modely zatížení a materiálových vlastností. Příručka uvádí apriorní modely, které lze aktualizovat na základě doplňujících znalostí o existující konstrukci.

Při pravděpodobnostním rozboru spolehlivosti konstrukce se nejprve sestaví funkce mezního stavu  $G(\mathbf{X})$  pro vektor  $\mathbf{X}$  základních veličin. Veličiny, které vstupují do funkce mezního stavu, jsou náhodné veličiny nebo náhodná pole, jejichž charakteristiky lze popsat pomocí teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Předpokládá se, že je konstrukce spolehlivá, pokud platí nerovnost  $g(\mathbf{X}) > 0$ . Pravděpodobnost poruchy  $P_f$  je dána vztahem

$$P_f = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (\text{C.1})$$

kde  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  je sdružená hustota pravděpodobnosti pro realizaci vektoru  $\mathbf{x}$  základních veličin. Dalším ukazatelem spolehlivosti konstrukce je index spolehlivosti  $\beta$ , který se definuje na základě pravděpodobnosti poruchy  $P_f$  vztahem

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (\text{C.2})$$

kde  $\Phi$  označuje distribuční funkci normálního rozdělení. Pravděpodobnost  $P_f$  a index spolehlivosti  $\beta$  jsou zcela ekvivalentní ukazatele spolehlivosti. Vztah mezi pravděpodobností poruchy a indexem spolehlivosti je patrný z tab. C.1.

**Tab. C.1 Vztah mezi indexem spolehlivosti  $\beta$  a pravděpodobností poruchy  $P_f$ .**

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,3	2,3	3,1	3,7	4,2	4,7	5,2

V mnoha případech stačí funkci mezního stavu vyjádřit pouze pro dvě základní veličiny  $X_1$  a  $X_2$  (pro odolnost prvku  $R$  a účinky zatížení  $E$ ) vztahem

$$g(R, E) = 0, \quad (\text{C.3})$$

kde mez porušení má geometricky tvar přímky nebo křivky těchto dvou veličin.

Pravděpodobnost poruchy prvku lze zapsat pomocí podmínky, že odolnost prvku  $R$  je menší, než jsou účinky zatížení  $E$

$$P_f = P\{R - E < 0\}. \quad (\text{C.4})$$

Pro spojitá pravděpodobnostní rozdělení veličin  $R$  a  $E$  lze pravděpodobnost poruchy stanovit na základě vztahu

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_E(x) dx \quad (\text{C.5})$$

kde  $F_R$  je distribuční funkce odolnosti prvku  $R$  a  $f_E$  je hustota pravděpodobnosti účinků zatížení  $E$ .

Pro určení ukazatelů spolehlivosti (pravděpodobnost poruchy  $P_f$ , index spolehlivosti  $\beta$ ) se obvykle používají tato pravděpodobnostní rozdělení (podrobněji viz C.4):

- lognormální nebo Weibulovo rozdělení pro parametry odolnosti materiálu nebo konstrukce mostu
- normální nebo lognormální rozdělení pro rozměry konstrukce (jejich proměnnost bývá nízká, obvykle se uvažují deterministicky)
- normální rozdělení pro vlastní tíhu a stálá zatížení
- rozdělení extrémních hodnot, zejména pro klimatická zatížení (např. Gumbelovo nebo Weibulovo rozdělení) a zatížení dopravou.

Spolehlivost nosného prvku lze řešit analyticky, např. přibližnými analytickými metodami (FORM, SORM, metodou momentů), numerickými metodami integrace, simulačními metodami (Monte Carlo s využitím různých technik) nebo také kombinacemi těchto metod.

**POZNÁMKA** Pro uživatele jsou k dispozici některé softwarové produkty, např. Comrel, Ansys, Felix, Atena, Permas, Diana.

### C.3 Kombinace zatížení

Pro kombinace zatížení v pravděpodobnostních analýzách spolehlivosti lze použít Turkstrovo pravidlo, viz [Turkstra 1970, Melchers 1999], ze kterého také vychází kombinační pravidla v Eurokódech.

Extrémní hodnota  $X$  kombinace dvou zatížení  $X_1$  a  $X_2$  v referenční době  $t_{\text{ref}}$  (může být rovna zbytkové době životnosti konstrukce) se stanoví jako

$$\max X = \max [(\max X_1 + \overline{X_2}); (\overline{X_1} + \max X_2)] \quad (\text{C.6})$$

kde se při ověřování konstrukce aplikuje kombinace extrémní hodnoty jedné (hlavní) proměnné veličiny  $\max X$ , s příslušnou hodnotou druhé proměnné veličiny (vedlejší)  $\overline{X_j}$ . Toto pravidlo lze rozšířit pro více než dvě zatížení, popř. pro účinky zatížení. Pro  $n$  zatížení v referenční době  $t_{\text{ref}}$  lze obdobně zapsat

$$\max X = \max(\max X_i + \sum_{j=1}^n \overline{X_j}), j \neq i, i = 1, \dots, n \quad (\text{C.7})$$

POZNÁMKA Alternativně je možné použít pro kombinace zatížení Ferry Borghes-Castanhetův model, viz např. ČSN ISO 2394.

## C.4 Pravděpodobnostní modely základních veličin

### C.4.1 Pravděpodobnostní modely zatížení

#### C.4.1.1 Všeobecně

Model zatížení obvykle popisuje několik vlastností zatížení, jakými jsou velikost, působiště, směr a doba trvání zatížení. V některých případech je nezbytné brát v úvahu korelaci různých vlastností. Zatížení lze vyjádřit vztahem

$$F = \varphi(F_0, W) \quad (\text{C.8})$$

kde  $\varphi(\cdot)$  je vhodná funkce,  $F_0$  základní veličina zatížení a  $W$  převodní součinitel.

Veličina  $F_0$  přímo souvisí s jevem, které zatížení vyvolává a které má být na konstrukci nezávislé. Například veličina  $F_0$  může být pro vlastní tíhu určena na základě rozměrů a objemové tíhy, v případě větru základním tlakem větru.

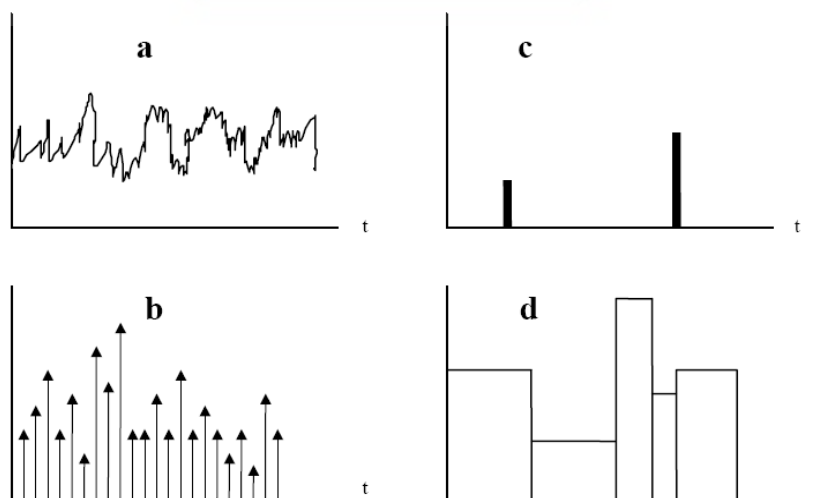
Převodní součinitel  $W$  se používá k transformaci určitého základního zatížení do účinku zatížení, které na konstrukci působí. Pro tlak větrem tak například převádí součinitele expozice základní tlak větru na zatížení konstrukce nebo její střechy; jeho velikost závisí např. na tvaru a orientaci konstrukce a sklonu střechy.

V obvyklých případech se časová závislost zatížení zahrnuje do veličiny  $F_0$ , zatímco  $W$  lze považovat za časově nezávislé. Poznamenejme, že každé zatížení může mít několik proměnných  $F_0$  i  $W$ .

Pro popis časově závislých modelů zatížení lze použít

- spojité procesy,
- náhodné sekvence,
- pulsové procesy s náhodnými intervaly,
- stupňovité procesy s náhodnými intervaly,
- stupňovité procesy s pevnými intervaly.

Příklady modelů zatížení a) až d) jsou schématicky ukázány na obr. C.1.



Obr. C.1 Znárodnění modelů zatížení

### C.4.1.2 Pravděpodobnostní modely pro vlastní tíhu a stálá zatížení

V porovnání s dalšími druhy zatížení jsou nejistoty související se stanovením velikosti vlastní tíhy obvykle malé. Při určování modelu vlastní tíhy se berou v úvahu nejistoty dané proměnností materiálových vlastností stavebního prvku, proměnností mezi jednotlivými prvky nebo částmi konstrukce.

Časovou proměnnost vlastní tíhy nosných částí konstrukce lze obvykle zanedbat. U nenosných prvků se však mohou zatížení od vlastní tíhy během životnosti stavby měnit. Tyto změny mohou ovlivnit velikost a prostorové uspořádání zatížení. Možnými zdroji nejistot jsou odchylky vlastní tíhy vlivem nehomogenosti materiálů nebo výrobků, variability rozměrů, vlivů prostředí (např. proměnlivá vlhkost) nebo například přidáním nových, neplánovaných ochranných vrstev.

Pro pravděpodobnostní modelování vlastní tíhy se obvykle používá normální rozdělení.

Variační koeficienty objemové hmotnosti pro ocel a beton jsou uvedeny v tab. C.2 podle příručky [JCSS 2001].

**Tab. C.2 Variační koeficient objemové hmotnosti pro ocel a beton.**

Materiál	Variační koeficient
Ocel	0,01
Beton	0,04 (obyčejný beton)

**POZNÁMKA** Na přesnost určení vlastní tíhy železobetonového prvku může mít podstatný vliv nejistota spojená se skutečnou velikostí průřezové plochy a proměnnost objemové tíhy, zatímco délku prvku lze považovat téměř za konstantní.

### C.4.1.3 Pravděpodobnostní modely klimatických zatížení

Při stanovení pravděpodobnostních modelů klimatických zatížení lze postupovat podle zásad ČSN EN 1990 a příslušných částí ČSN EN 1991.

Klimatická data se vyhodnotí ve spolupráci s Českým hydrometeorologickým ústavem (ČHMÚ). K dispozici musí být dostatečně dlouhá řada klimatických měření v oblasti stavby. V úvahu je třeba brát orografii terénu, polohu staveniště a charakteristiky mostu.

Při odvození pravděpodobnostních modelů klimatických zatížení lze v případech, kdy je možné klimatické zatížení uvažovat jako zatížení kvazistálé, vycházet z charakteristických hodnot zatížení určených v souladu s ČSN EN 1990.

Pravděpodobnostní rozdělení klimatického zatížení a statistické charakteristiky (průměr, směrodatná odchylka, variační koeficient) lze stanovit na základě vyhodnocených hydrometeorologických měření.

Pokud nejsou k dispozici další informace, je možné předpokládat, že pro zatížení větrem nebo dalšími klimatickými zatíženími lze použít Gumbelovo rozdělení (obvykle se uplatňují roční maxima). Doporučené vztahy pro stanovení  $p$ -kvantilů zatížení větrem a teplotou jsou uvedeny v ČSN EN 1991-1-4 a ČSN EN 1991-1-5.

Následující příklad postupu stanovení apriorních modelů zatížení větrem vychází z Gumbelova rozdělení a z doporučení o variabilitě klimatických zatížení podle podkladů CEN/TC 250 (podrobnější informace jsou uvedeny např. ve skriptech [Holický 2005]).

Pro výpočet kvantilu  $x_p$  Gumbelova rozdělení lze zapsat vztah

$$x_p = x_{\text{mod}} - 1/c \ln(-\ln p) \approx \mu - (0,45 + 0,78 \ln(-\ln(p))) \sigma \quad (\text{C.9})$$

kde modus  $x_{\text{mod}}$  a parametr  $c$  se získají ze vztahů

$$x_{\text{mod}} = \mu - 0,577 \sqrt{6} \sigma / \pi \quad (\text{C.10})$$

$$c = \pi / (\sqrt{6} \sigma) \quad (\text{C.11})$$

U Gumbelova rozdělení lze jednoduše upravit distribuční funkci původního rozdělení  $\phi(x)$  s průměrem  $\mu$  a se směrodatnou odchylkou  $\sigma$  (např. pro 1 rok), na distribuční funkci  $\phi_N(x)$  s průměrem  $\mu_N$  a se směrodatnou odchylkou  $\sigma_N$  pro popis maxima souborů o  $N$ -násobném rozsahu (např. pro 50 let), než byl rozsah původního souboru. Pro průměr  $\mu_N$  a směrodatnou odchylku  $\sigma_N$  maxima souborů o  $N$  násobném rozsahu platí

$$\mu_N = \mu + \ln N / c = \mu + 0,78 \ln N \quad \sigma, \quad \sigma_N = \sigma \quad (\text{C.12})$$

Průměr se tedy proti původnímu souboru zvětšuje a směrodatná odchylka se nemění. Pro předpokládané variační koeficienty lze vypočítat poměry mezi charakteristickou a průměrnou hodnotou klimatického zatížení.

Příklad pravděpodobnostního modelu zatížení větrem je pro padesátiletá a roční maxima uvedeno v tab. C.3 za předpokladu variačního koeficientu ročních maxim  $V = 0,4$ . Tento model zatížení větrem lze použít jako apriorní rozdělení.

V případě znalosti dalších informací se tyto modely zatížení mohou dále zpřesňovat, např. prostřednictvím Bayesovských metod.

**Tab. C.3 Pravděpodobnostní model zatížení větrem**

Zatížení	Typ rozdělení	Průměr $\mu$	Směrodatná odchylka $\sigma$	Var. koeficient $V$
Vítr – 1-letý	GU	0,5 $W_k$	0,4 $\mu_W$	0,4
Vítr – 50-letý	GU	0,77 $W_k$	0,2 $\mu_W$	0,2

#### C.4.1.4 Pravděpodobnostní modely zatížení dopravou

Pro stanovení pravděpodobnostních modelů zatížení dopravou pro ověřovaný existující most je výhodné mít k dispozici vyhodnocená měření skladby dopravy a její intenzity na uvažované komunikaci. Tyto údaje se použijí pro sestavení pravděpodobnostních rozdělení zatížení dopravou pro uvažovanou referenční dobu.

Pro pravděpodobnostní model zatížení dopravou lze použít Gumbelovo rozdělení, s průměrnými hodnotami rovnými charakteristickým hodnotám podle modelu LM1 a s variačními koeficienty odvozenými na základě zprávy [Report 101], jak uvádí tab. C.4.

**Tab. C.4 Pravděpodobnostní model LM1 pro referenční dobu 1 rok**

Zatížení LM1	Typ rozdělení	Průměr $\mu$	Směrodatná odchylka $\sigma$	Var. koeficient $V$
TS	GU	$Q_k$	0,1 $\mu_Q$	0,1
UDL	GU	0,77 $Q_k$	0,02 $\mu_q$	0,02

**POZNÁMKA 1** Pokud by bylo potřebné uvážit podrobnější modely zatížení dopravou, lze např. postupovat podle zásad technických zpráv [Report 101, Report 291]. Pravděpodobnostní modely JCSS pro zatížení dopravou se nyní připravují.

**POZNÁMKA 2** Rozdělení četností zatížení u různých typů těžkých vozidel jsou uvedena ve zprávě [Report 101].

Modelové nejistoty pro stanovení účinku zatížení dopravou se určí podle C.4.4.2.

#### C.4.1.5 Pravděpodobnostní modely vlivů prostředí

Pravděpodobnostní modely účinků prostředí musí být založeny na vhodných fyzikálních modelech. Tyto modely však pro konkrétní existující konstrukci obvykle nelze přímo použít. Musí se aktualizovat pro konkrétní prostředí a využít informace o stavu mostu z předchozích prohlídek a postupu jeho degradace.

Zásady pro stanovení modelů vlivů prostředí jsou uvedeny v ČSN ISO 13822, ISO 13823 a např. v publikaci [Diamantidis 2001].

### C.4.2 Praviděpodobnostní modely materiálových vlastností

Pro praviděpodobnostní modely materiálových vlastností se obvykle používá normální, lognormální nebo Weibullovo rozdělení. Pokud je známa charakteristická hodnota materiálové vlastnosti a její variační koeficient, pak lze průměr materiálové vlastnosti  $\mu_X$  stanovit na základě její charakteristické hodnoty  $X_k$  a variačního koeficientu  $V_X$  podle vztahu

$$\mu_X = X_k / (1 - 2 V_X) \quad (\text{C.13})$$

Modely materiálových charakteristik pro beton a výztuž jsou uvedeny v tab. C.5.

POZNÁMKA Vztah (C.13) byl ověřen na základě experimentálních dat. Například pro ocel třídy S 235 lze pro variační koeficient 0,07 určit průměr 280 MPa.

**Tab. C.5 Praviděpodobnostní modely materiálových vlastností.**

Materiálové charakteristiky	Název základní veličiny	Sym. X	Jedn.	Rozdělení	Průměr $\mu_X$	Variační koeficient $V_X$
Ocel	Mez kluzu výztuže	$f_y$	MPa	LN	$X_k / (1 - 2 V_X)$	0,07 - 0,08
Beton	Pevnost betonu v tlaku	$f_c$	MPa	LN	$X_k / (1 - 2 V_X)$	0,10 - 0,15

Podrobnější praviděpodobnostní modely materiálových vlastností jsou uvedeny v příručce [JCSS 2001].

### C.4.3 Praviděpodobnostní modely geometrických vlastností

#### C.4.3.1 Rozměry konstrukce

Rozměry existující konstrukce se musí stanovit měřením a zjistit odchylky od nominálních hodnot uvedených v projektové dokumentaci. Pokud jsou odchylky vnějších rozměrů významné, musí se statisticky vyhodnotit.

Pro modely geometrických rozměrů se obvykle používá normální rozdělení.

Pro stanovení praviděpodobnostních modelů rozměrů lze vycházet z informací a zásad příručky [JCSS 2001].

Geometrickou odchylku rozměru  $X$  nosného prvku lze vyjádřit statistickými charakteristikami jeho odchýlení  $Y$  od nominální hodnoty  $X_{nom}$  vztahem

$$Y = X - X_{nom} \quad (\text{C.14})$$

#### C.4.3.2 Krycí vrstva výztuže

Statisticky se vyhodnotí měření tloušťky krycí vrstvy výztuže a určí statistické charakteristiky a vhodné praviděpodobnostní rozdělení.

Pro praviděpodobnostní model krycí vrstvy výztuže lze často použít beta rozdělení s průměrem  $\mu$ , směrodatnou odchylkou  $\sigma$ , s dolní mezí  $a$  a horní mezí  $b$ .

V některých případech může být také vhodné použít pro praviděpodobnostní model krycí vrstvy výztuže lognormální rozdělení s počátkem v nule nebo gama rozdělení.

Pro modelování účinné výšky průřezu se obvykle používá normální rozdělení.

## C.4.4 Modelové nejistoty

### C.4.4.1 Úvod

Podle charakteru existujícího mostu, prostředí a provozu se mohou uplatňovat různé druhy nejistot, jejichž význam se může v jednotlivých případech značně lišit. Tyto nejistoty zpravidla zahrnují

- přirozené náhodnosti zatížení, účinků prostředí, vlastností materiálů i geometrických údajů,
- statistické nejistoty v důsledku omezeného rozsahu dostupných dat při hodnocení existujících konstrukcí,
- nejistoty výpočetních modelů v důsledku zjednodušení skutečných podmínek,
- hrubé chyby při provozu, inspekcích, udržování a opravách mostů.

Pořadí v tomto výčtu zhruba odpovídá klesajícímu rozsahu současných poznatků a teoretických prostředků k popisu a rozboru nejistot. Přirozené náhodnosti a statistické nejistoty, které nelze nikdy zcela odstranit, lze poměrně dobře popsat dostupnými prostředky teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky.

Pro modelování různých typů nejistoty se do pravděpodobnostních analýz proto zavádějí součinitele modelových nejistot účinku zatížení a odolnosti konstrukce.

Modelové nejistoty pro odolnost konstrukce  $K_R$ , resp. pro účinky zatížení  $K_E$  popisují poměr mezi skutečnou odolností a modelem odolnosti  $K_R$ , resp. mezi skutečným účinkem zatížení a modelem účinku zatížení  $K_E$ .

### C.4.4.2 Modelové nejistoty odolnosti

Pro součinitele modelových nejistot pro odolnost  $K_R$  lze rozlišit dílčí složky  $K_{R1}$  pro přesnost výpočetního modelu,  $K_{R2}$  pro nejistoty při stanovení významných veličin odolnosti a  $K_{R3}$  pro nejistoty v přesnosti určení vlastností materiálů existujících mostů. Obvykle se pro jejich modelování uplatňuje lognormální rozdělení s počátkem v nule.

Variační koeficient modelových nejistot pro odolnost  $V_{KR}$  lze stanovit

$$V_{KR} = \sqrt{V_{KR1}^2 + V_{KR2}^2 + V_{KR3}^2 + 2(\rho_1 V_{KR1} + \rho_2 V_{KR2} + \rho_3 V_{KR3})} \quad (\text{C.15})$$

kde  $V_{KRi}$  jsou příslušné variační koeficienty jednotlivých složek součinitele modelových nejistot pro odolnost. Hodnoty variačních koeficientů  $V_{KRi}$  a korelačních koeficientů  $\rho_{KRi}$  jsou uvedeny v následujících tab. C.6 až C.8, vycházejí z doporučení dokumentu [Report 291].

**POZNÁMKA** V případě stanovení odolnosti ve smyku založeném na analytických modelech v Eurokódech se doporučuje uvažovat  $V_{KR1} \geq 0,2$ .

Průměr modelové nejistoty odolnosti se pro různé typy namáhání stanoví z výsledků zkoušek.

**POZNÁMKA** Pokud nejsou výsledky měření k dispozici, lze v případě stanovení odolnosti analytickými postupy podle Eurokódů uvažovat následující průměry modelových nejistot  $\mu_{KR}$ : 1,1 pro ohyb, 1,2 pro tlačené prvky a 1,4 pro smyk.

**Tab. C.6 Variační a korelační koeficient pro přesnost výpočetního modelu.**

Přesnost výpočetního modelu	Popis	Variační koeficient $V_{KR1}$	Korelační koeficient $\rho_{KR1}$
Velmi dobrá	- jednoduché modely jednoduchých konstrukcí - modely založené na teorii 2. řádu - modely ověřené na skutečné konstrukci - pokročilé modely pro významné náhodné veličiny	0,04	-0,3
Dobrá	- modely běžně používané v praxi	0,06	0
Malá	- velmi zjednodušené modely nesplňující požadavky pro přesné modely	0,09	0,3

**Tab. C.7 Variační a korelační koeficient nejistot stanovení významných veličin odolnosti.**

Nejistoty stanovení významných veličin odolnosti	Popis	Variační koeficient $V_{KR2}$	Korelační koeficient $\rho_{KR2}$
Nízké	- pevnost betonu stanovena z velkého množství zkoušek - mez kluzu výztuže stanovena na základě zkoušek	0,04	-0,3
Střední	- pevnost betonu stanovena z omezeného množství zkoušek - mez kluzu výztuže popsána např. modely z odborné literatury	0,06	0
Vysoké	- pevnost betonu popsána např. modely z odborné literatury	0,09	0,3

**Tab. C.8 Variační a korelační koeficient nejistot v klasifikaci materiálu.**

Nejistoty klasifikace materiálu	Popis	Variační koeficient $V_{KR3}$	Korelační koeficient $\rho_{KR3}$
Nízké	klasifikace na základě zkoušek nebo z dokumentace skutečného stavu	0,04	-0,3
Střední	klasifikace na základě projektové dokumentace a pokud nejsou pochyby o provedení mostu v souladu s projektovou dokumentací	0,06	0
Vysoké	klasifikace na základě odborného odhadu nebo z neúplné projektové dokumentace	0,09	0,3

#### C.4.4.3 Modelové nejistoty účinků zatížení

Statistické charakteristiky modelových nejistot pro účinky zatížení  $K_E$  podle příručky [JCSS 2001] a pracovních materiálů JCSS jsou uvedeny v tab. C.9.

**Tab. C.9 Statistické charakteristiky modelových nejistot pro účinky zatížení.**

Účinek zatížení	Průměr $\mu_{KE}$	Variační koeficient $V_{KE}$
Momenty a smykové síly v rámech, síly v deskách	1	0,10
Momenty v deskách	1	0,20
Napětí ve 2D a 3D tělesech	1	0,05



## C.5 Zásady ověřování spolehlivosti konstrukčního systému

### C.5.1 Všeobecně

Při pravděpodobnostním ověřování spolehlivosti konstrukcí se nejprve analyzuje spolehlivost a chování jednotlivých nosných prvků. Uvažuje se, že každý mezní stav je vztažený k jednomu způsobu porušení nosného prvku.

Mostní konstrukce jsou složeny z celé řady nosných prvků a u každého z nich může být potřebné ověřovat více možných způsobů porušení.

Je možné rozlišit dva základní systémy, které jsou uvedeny na obr. C.2:

- sériový systém  $P_{f,\text{sys}} = P\{E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n\}$
- paralelní systém  $P_{f,\text{sys}} = P\{E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n\}$

kde  $E_i$  je  $i$ -tý jev odpovídající poruše  $i$ -tého prvku.



Obr. C.2 Znárodnění sériového a paralelního uspořádní dvou prvků v konstrukci

### C.5.2 Sériový systém

V sériovém systému jednotlivých prvků vede porucha libovolného z nosných prvků k poruše celého systému. Pravděpodobnost, že nenastane porucha žádného z  $n$  prvků v sériovém systému, se stanoví ze vztahu

$$P_f = (1 - P_{f1})(1 - P_{f2})(1 - P_{f3}) \dots (1 - P_{fn}) = \prod_{i=1}^n (1 - P_{fi}) \quad (\text{C.16})$$

Pravděpodobnost poruchy celého systému se stanoví

$$P_f = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{fi}) \approx \sum_{i=1}^n P_{fi} \quad (\text{C.17})$$

kde součet pravděpodobností je platný jen pro malé pravděpodobnosti poruchy.

**POZNÁMKA** Pravděpodobnost poruchy vzrůstá se zvěšujícím se počtem nosných prvků a značně závisí na pravděpodobnosti poruchy nejméně spolehlivého prvku.

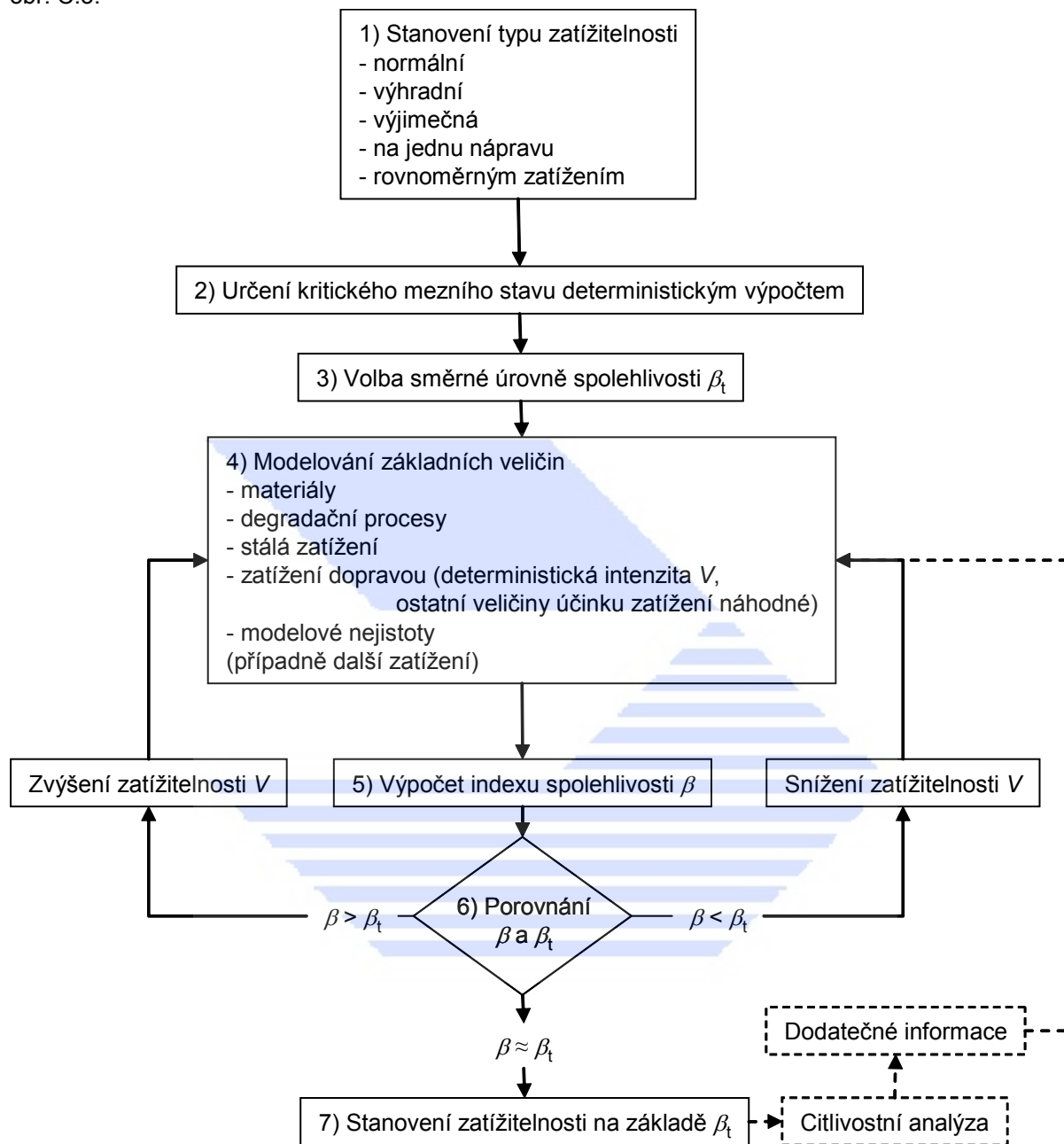
### C.5.3 Paralelní systém

V paralelním systému jsou prvky spojeny paralelně. K poruše celého systému vede porušení všech prvků. Pravděpodobnost poruchy v paralelním systému  $n$  prvků se stanoví podle vztahu

$$P_f = P_{f1} P_{f2} P_{f3} \dots = \prod_{i=1}^n P_{fi} \quad (\text{C.18})$$

## C.6 Pravděpodobnostní postupy pro stanovení zatížitelnosti mostu

Schéma využití pravděpodobnostních metod pro stanovení zatížitelnosti mostu je uvedeno na obr. C.3.



Obr. C.3 Diagram pro stanovení zatížitelnosti mostu pravděpodobnostním přístupem

## **PŘÍLOHA D: – ORIENTAČNÍ ODHAD ZATÍŽITELNOSTI MOSTŮ PK V NÁVAZNOSTI NA ČSN 73 6222**

### **D.1 Úvod**

Zatížitelnost mostů PK se musí stanovit jedním z následujících postupů podle ČSN 73 6222, kapitola 6:

- *podrobný statický výpočet* (na základě odborného statického posouzení, které vychází z diagnostického průzkumu)
- *kombinovaný statický výpočet* (na základě odborného statického zhodnocení mostu, které vychází z výsledků hlavní nebo mimořádné prohlídky)
- *výpočtem podle zvláštních předpisů* (na základě odborného statického posouzení nebo odborného statického zhodnocení mostu)

**Orientační odhad zatížitelnosti mostů PK slouží k předběžné úvaze o reálnosti využití existujícího mostu s ohledem na jeho zatížitelnost.**

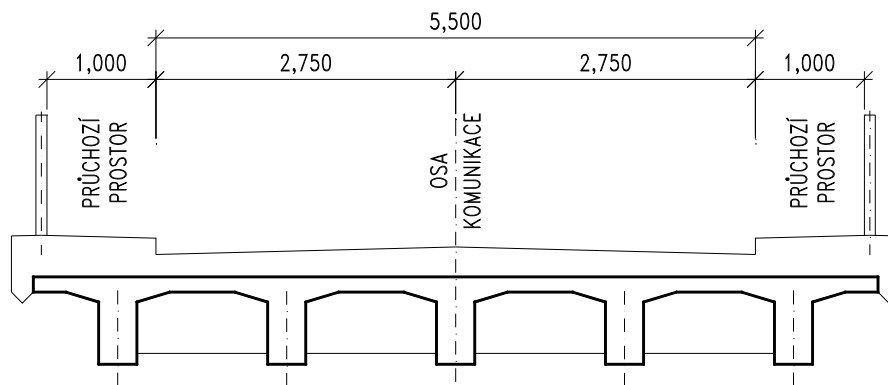
V této příloze jsou pro orientační odhad zatížitelnosti uvedeny tab. D.1 až D.3, a to pro zatížitelnost normální, výhradní a výjimečnou.

### **D.2 Předpoklady pro stanovení zatížitelnosti orientačním odhadem**

Zatížitelnosti mostů v odhadových tabulkách D.1 až D.3 jsou stanoveny na základě předpisů pro zatížení a navrhování mostů platných v době návrhu mostu. Při stanovení zatížitelnosti prostřednictvím odhadových tabulek musejí být splněny následující předpoklady:

- prostorové uspořádání na mostě odpovídá obr. D.1;
- rozpětí je v rozmezí od 3,0 m do 33,0 m, přičemž pro mezilehlé hodnoty lze lineárně interpolovat;
- jedná se o deskovou konstrukci nebo trámovou konstrukci s deskou, která má v příčném řezu alespoň čtyři trámy a která se uvažuje jako prutová;
- na přenášení zatížení se rovnoměrně podílí celý průřez nosné konstrukce;
- rozhodujícím účinkem zatížení je ohybový moment ve středu rozpětí;
- mostní konstrukce nevykazuje známky významných poruch ovlivňujících únosnost a zatížitelnost;
- mostní konstrukce neprošla za dobu provozu žádnými úpravami ovlivňujícími její únosnost a zatížitelnost.

Odhadové tabulky zatížitelností lze použít bez ohledu na materiál mostu, a to pro prosté, případně i spojitě nosné konstrukce. Pro použití odhadových tabulek je potřebné znát, podle kterých předpisů byl most navržen (případně jejich odvození z roku výstavby mostu), a původní zatěžovací třídy mostu. Pokud nejsou některé údaje známy nebo existuje-li o nich pochybnost, je nutno uvažovat nejmenší hodnotu zatížitelnosti připadající pro daný most v úvahu.



Obr. D.1 – Uvažované prostorové uspořádání na mostě

### D.3 Postup stanovení orientačního odhadu zatížitelnosti

Orientační odhad zatížitelnosti mostu je stanoven porovnáním účinků zatížení dopravou podle původního návrhového předpisu a ČSN 73 6222, přičemž se neuvažuje změna návrhové metodiky z klasické teorie na metodiku mezních stavů, tj. ze vztahu:

$$M_{V_{k,c}} = M_{P_{N,Q}} \quad (D.1)$$

kde  $M_{V_{k,c}}$  je charakteristické hodnoty ohybového momentu od příslušné sestavy zatížení odpovídající stanovované zatížitelnosti,

$M_{P_{N,Q}}$  je maximální ohybový moment od zatížení dopravou podle původního návrhového předpisu.

### D.4 Upřesnění odhadnuté hodnoty zatížitelnosti mostu s ohledem na vliv návrhové metodiky

Pro známé hodnoty materiálových charakteristik (např. dovoleného namáhání výztuže  $k_a$  a její odpovídající návrhové meze kluzu  $f_{yd}$ ) je možné hodnotu zatížitelnosti upřesnit zavedením vlivu změny návrhové metodiky, avšak pouze pro původní návrhové předpisy založené na metodice dovolených namáhání (klasické teorii).

Pro železobetonovou konstrukci namáhanou ohybovým momentem lze předpokládat, že změna ramene vnitřních sil  $z$  vyvolaná změnou návrhové metodiky bude zanedbatelná. Potom pro momenty únosnosti podle jednotlivých návrhových metodik a za předpokladu, že rozhodujícím prvkem průřezu je výztuž, platí:

Klasická teorie:

$$M_{\dot{u}} = k_a \cdot A_s \cdot z \quad (D.2)$$

Metoda dílčích součinitelů:

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_s \cdot z \quad (D.3)$$

a porovnáním uvedených vztahů:

$$\frac{M_{Rd}}{M_{\dot{u}}} = \frac{f_{yd} \cdot A_s \cdot z}{k_a \cdot A_s \cdot z} = \frac{f_{yd}}{k_a} \rightarrow M_{Rd} = M_{\dot{u}} \cdot \frac{f_{yd}}{k_a} \quad (D.4)$$

Pro upřesnění zatížitelnosti je pak možné vycházet např. ze vztahu (6.10) ČSN EN 1990:

$$M = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot M_{Gk,j} + \gamma_V \cdot M_{V_{k,c}} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i} \quad (D.5)$$

kde  $M_{V_{k,c}}$  je charakteristická hodnota ohybového momentu od příslušné sestavy zatížení odpovídající stanovované zatížitelnosti,

$\gamma_G = \gamma_V = 1,35$  podle ČSN EN 1990, příloha A1 pro zatížení stálá a silniční dopravou.

Pokud se zanedbá vliv ostatních (nedopravních) proměnných zatížení na mostě (vyjádřený účinky  $M_{Qk,i}$ ) a v souladu se zavedenými předpoklady se uváží, že účinek vlastní tíhy mostu vůči únosnosti je pro jednotlivé metodiky stejný, tj.

$$\frac{M_G}{M_u} = \frac{M_{Gd}}{M_{Rd}} \quad (D.6)$$

platí pro moment odpovídající maximálnímu možnému proměnnému zatížení dopravou  $M_{Ed,V,max}$  vztah:

$$M_{Ed,V,max} = \gamma_V \cdot M_{V,k,c} = M_{PN,Q} \cdot \frac{f_{yd}}{k_a} \quad (D.7)$$

kde  $M_{Ed,V,max}$  je návrhová hodnota ohybového momentu od příslušné sestavy zatížení odpovídající stanovené zatížitelnosti,  
 $M_{PN,Q}$  je maximální ohybový moment od zatížení dopravou podle původního návrhového předpisu.

Protože v tab. D.1 až D.3 jsou uvedeny orientační odhady zatížitelnosti stanovené z rovnosti momentů  $M_{V,k,c} = M_{PN,Q}$ , postačí upravit (zpravidla zvětšit) příslušný odhad zatížitelnosti poměrem

$$\frac{f_{yd}}{\gamma_V \cdot k_a} = \frac{f_{yd}}{1,35 \cdot k_a} \quad (D.8)$$

Příslušné hodnoty  $f_{yd}$  a  $k_a$  pro výztuže používané v jednotlivých obdobích jsou uvedeny v ČSN ISO 13822.

Tab.D.1 Orientační odhad normální zatížitelnosti v podélném směru v tunách

Rok	Předpisy pro zatížení mostu	Třída	Rozpětí pole mostu					
			3.0 m	9.0 m	15.0 m	21.0 m	27.0 m	33.0 m
1904	1)	I	8,3	9,0	10,9	11,2	10,8	11,1
1923	2)	I	7,9	8,7	10,2	10,7	11,7	12,9
1937	3)	I	11,7	12,2	14,0	15,0	15,2	16,0
		II	7,4	8,2	10,1	11,2	11,7	12,6
		III	4,6	5,8	8,1	9,4	9,9	10,7
1945	4)	I	29,3	27,2	25,2	24,3	22,9	22,8
1951	5) + 6)	A	25,9	28,4	26,6	24,2	23,4	24,2
		B	15,7	20,0	21,0	21,0	20,1	20,6
		C	12,0	13,7	15,3	15,7	15,1	15,6
1968	7)	A	27,8	35,9	35,4	33,5	31,1	30,4
		B	9,1	18,4	18,3	17,4	15,8	15,7
1976	8)	A	26,0	33,1	31,7	29,3	26,7	25,7
		B	8,1	14,3	14,3	13,3	12,1	11,6
1986	9) + 10) + 11)	A	57,6	38,9	34,4	34,0	33,9	33,3
		B	39,8	24,7	21,3	18,8	18,8	20,8
2010	12) + 13)	USS <sup>*)</sup>	51,2	47,7	45,1	41,8	38,0	36,7
		1	41,1	38,4	36,5	34,0	31,0	30,0
		2	34,5	31,9	30,1	27,8	25,1	24,2

<sup>\*)</sup> Určená silniční síť – viz ČSN EN 1991-2, NA.2.12

Tab.D.2 Orientační odhad výhradní zatížitelnosti v podélném směru v tunách

Rok	Předpisy pro zatížení mostu	Třída	Rozpětí pole mostu					
			3.0 m	9.0 m	15.0 m	21.0 m	27.0 m	33.0 m
1904	1)	I	29,3	22,2	27,6	30,6	31,5	35,4
1923	2)	I	27,7	21,4	25,8	29,4	34,4	41,3
1937	3)	I	53,1	29,9	36,5	41,6	44,8	51,2
		II	15,7	20,2	25,6	30,7	34,6	40,3
		III	9,6	13,1	20,6	25,6	29,0	34,4
1945	4)	I	84,7	62,8	62,1	65,2	66,1	71,9
1951	5) + 6)	A	75,0	65,6	65,3	65,1	67,4	76,1
		B	71,3	46,2	51,7	56,5	57,9	64,9
		C	54,3	35,3	39,8	43,5	44,6	50,0
1968	7)	A	80,4	83,0	87,1	90,0	89,5	95,9
		B	31,9	42,4	45,0	46,8	46,7	50,2
1976	8)	A	75,2	76,5	78,0	78,7	76,8	80,9
		B	28,5	36,8	37,2	37,1	35,7	37,3
1986	9) + 10) + 11)	A	166,6	89,9	84,8	91,5	97,5	105,1
		B	115,2	57,1	52,5	50,6	54,1	65,4
2010	12) + 13)	USS <sup>*)</sup>	148,0	110,1	110,9	112,5	109,4	115,7
		1	118,9	88,7	89,9	91,5	89,2	94,6
		2	99,9	73,7	74,0	74,7	72,4	76,2

\*) Určená silniční síť – viz ČSN EN 1991-2, , NA.2.12

Tab.D.3 Orientační odhad výjimečné zatížitelnosti v podélném směru v tunách

Rok	Předpisy pro zatížení mostu	Třída	Rozpětí pole mostu					
			3.0 m	9.0 m	15.0 m	21.0 m	27.0 m	33.0 m
1904	1)	I	204,2	97,7	82,3	72,7	70,9	73,4
1923	2)	I	193,8	94,5	77,7	70,2	75,6	83,7
1937	3)	I	283,7	127,9	103,7	94,1	95,5	101,1
		II	184,0	89,8	77,1	72,9	76,0	82,0
		III	116,7	66,6	63,8	62,4	65,9	71,7
1945	4)	I	445,8	245,9	170,2	142,3	135,9	137,5
1951	5) + 6)	A	396,1	256,1	178,5	142,2	138,4	144,9
		B	376,9	183,7	143,1	124,6	120,3	125,2
		C	289,6	143,1	112,2	98,1	95,0	99,0
1968	7)	A	424,0	321,3	234,7	192,7	180,5	179,6
		B	221,7	169,5	125,9	104,7	99,1	99,3
1976	8)	A	397,2	296,9	211,3	169,9	156,4	153,3
		B	198,6	148,4	105,7	84,9	78,2	76,6
1986	9) + 10) + 11)	A	867,0	347,2	228,8	195,8	195,8	195,8
		B	602,7	224,5	145,1	112,5	113,1	126,1
2010	12) + 13)	USS <sup>*)</sup>	771,1	422,4	296,5	238,6	218,5	214,4
		1	621,5	342,7	242,0	195,8	180,1	177,3
		2	523,8	286,6	201,0	161,7	148,0	145,1

\*) Určená silniční síť – viz ČSN EN 1991-2, , NA.2.12

### **Seznam předpisů pro zatížení mostů uvedený v tab. D.1 až D.3**

- 1) Nový mostní řád mostů železnicových, nadželeznicových, mostů silnic příjezdných se železnými nebo dřevěnými konstrukcemi nosnými, Praha 1904
- 2) Návrh čsl. mostního řádu. Zprávy veřejné služby technické, roč.V/1923, č. 21,23
- 3) ČSN 1230:1937 Jednotný mostní řád. Část I. Navrhování mostů
- 4) Zatímní směrnice pro stavby mostů, Výnos ministerstva dopravy, veřejná správa technická, č.128/4-II/7 z 15.9.1945
- 5) Směrnice pro navrhování mostů. Praha 1951 + Změna 1960, kapitola 9 (SNM 1951)
- 6) ČSN 73 6202:1953 Zatížení a statický výpočet mostů
- 7) ČSN 73 6203:1968 Zatížení mostů
- 8) ČSN 73 6203:1968 Zatížení mostů, Změna a), 1976
- 9) ČSN 73 6203:1986 Zatížení mostů
- 10) ČSN 73 6203:1986 Zatížení mostů, Změna a), 1988
- 11) ČSN 73 6203:1986 Zatížení mostů, Změna b), 1989
- 12) ČSN EN 1990 (73 0002) Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí, 2004, Změna Z1, 2007 Změny 1,2, 2010
- 13) ČSN EN 1991-2 (73 6203) Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 2: Zatížení mostů dopravou, 2005, Změny 1,2, 2010



## **PŘÍLOHA E: - PŘÍKLADY**

### **E.1 Aktualizace modelu meze kluzu betonářské výztuže**

V příkladu se ověřuje spolehlivost existujícího železobetonového mostu, záměrem je provést aktualizaci meze kluzu betonářské výztuže na základě nových dat. Stanoví se charakteristická hodnota  $X_k$  (5% dolní kvantil příslušného rozdělení pravděpodobností) a návrhová hodnota  $X_d$  (dolní kvantil odpovídající pravděpodobnosti  $p_d = P(X \leq X_d) = 1,18 \times 10^{-3}$ ).

Z původní projektové dokumentace vyplývá, že vlastnosti oceli odpovídají třídě S 500 ( $f_{yk} = 500$  MPa). Statistické charakteristiky meze kluzu (apriorní informace) jsou s využitím tab. 4.1:

$$m' \approx 595 \text{ MPa}; v' \approx 0,08 \quad (\text{E.1})$$

Pro apriorní model meze kluzu se uvažuje lognormální rozdělení s počátkem v nule. Předpokládá se hypotetický počet vzorků  $n' \approx 5$ , na základě kterých se stanovil průměr  $m'$  a variační koeficient apriorní směrodatné odchylky  $v(s') \approx 0,3$ .

**POZNÁMKA** Příručka [JCSS 2001] doporučuje považovat apriorní informaci o vlastnostech ocelí za relativně „věrohodnou“. To popisuje vysoká hodnota  $n' \approx 50$ . ČSN ISO 2394 doporučuje pro pevnost betonu v tlaku hodnotu  $v(s') \approx 0,3$ , která je v příkladu konzervativně uvažována pro mez kluzu betonářské výztuže.

Ze vztahů (A.6) plyne:

$$v(m') = 0,0358; v' = 5 \quad (\text{E.2})$$

Apriorní informace jsou doplněny malým počtem destruktivních zkoušek,  $n = 3$  a  $v = n - 1 = 2$ :

$$\begin{aligned} x_1 = 583 \text{ MPa}; \quad x_2 = 553 \text{ MPa}; \quad x_3 = 664 \text{ MPa} \\ m = 600 \text{ MPa}; \quad s = 57,4 \text{ MPa}; \quad v = 0,0957 \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Ukazuje se, že mez kluzu zkoušené oceli dobře odpovídá apriornímu modelu. Charakteristiky logaritmu  $X$  jsou podle vztahů (A.9):

$$\begin{aligned} m_Y' = \ln(595) - 0,5 \ln[1 + (0,08)^2] = 6,386; \quad s_Y' = \sqrt{\ln[1 + (0,08)^2]} = 0,08 \\ m_Y = \sum \ln(x_i) / n = 6,394; \quad s_Y = \sqrt{\{\sum [\ln(x_i) - m_Y]^2 / (n - 1)\}} = 0,0941 \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Nejprve se odhadnou charakteristická a návrhová hodnota pouze na základě výsledků zkoušek. S uvážením dílčího součinitele  $\gamma_S = 1,15$  pro výztuž podle ČSN EN 1992-2 plyne ze vztahu (A.2):

$$X_k = \exp(6,364 - 3,37 \times 0,0941) = 436 \text{ MPa}; \quad X_d = X_k / \gamma_M = 436 / 1,15 = 379 \text{ MPa} \quad (\text{E.5})$$

Dále se provede aktualizace parametrů podle vztahu (A.7):

$$\begin{aligned} n'' = 3 + 5 = 8; \quad v'' = 2 + 5 + 1 = 8; \quad m'' = (6,394 \times 3 + 6,386 \times 5) / 8 = 6,389 \\ s'' = \sqrt{[(2 \times 0,0941^2 + 5 \times 0,08^2 + 3 \times 6,394^2 + 5 \times 6,386^2 - 8 \times 6,389^2) / 8]} = 0,0789 \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Kvantily se odhadnou ze vztahu (A.10):

$$\begin{aligned} q_t(0,05;8)\sqrt{(1 + 1/8)} = -1,97; \quad q_t(0,00118;8)\sqrt{(1 + 1/8)} = -4,64 \\ X_k = \exp[6,389 - 1,97 \times 0,0789] = 510 \text{ MPa} \\ X_d = \exp[6,389 - 4,64 \times 0,0789] = 413 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

Návrhová hodnota s uvážením dílčího součinitele  $\gamma_S = 1,15$  se stanoví

$$X_d = 510 / 1,15 = 443 \text{ MPa} \quad (\text{E.8})$$

Ukazuje se, že charakteristická hodnota založená na aktualizovaném rozdělení a dílčím součiniteli  $\gamma_S$  je o více než 15 % větší než charakteristická hodnota stanovená pouze z výsledků zkoušek. Návrhová hodnota stanovená jako kvantil aktualizovaného modelu se liší přibližně o 10 % od hodnoty určené prostřednictvím dílčího součinitele pro ocel  $\gamma_S$ . V takovémto případě je důležité obezřetně uvážit, která hodnota se použije při hodnocení mostní konstrukce. V uvažovaném případě se zdá, že hodnota 443 MPa poskytuje lepší odhad návrhové meze kluzu.



## E.2 Stanovení charakteristické a návrhové hodnoty pevnosti betonu v tlaku

Příklad ukazuje postup statistického vyhodnocení pevnosti betonu v tlaku s využitím destruktivních zkoušek v rámci hodnocení železobetonového mostu. Odhadne se charakteristická hodnota (5% kvantil) a návrhová hodnota (0,118% kvantil) pevnosti betonu v tlaku.

Je k dispozici 30 výsledků zkoušek, ze kterých se stanovily tyto statistické charakteristiky:

$$m = 48,8 \text{ MPa}; \quad s = 3,91 \text{ MPa}; \quad v = 0,080 \quad (\text{E.9})$$

V příkladu se předpokládá normální rozdělení pevnosti betonu v tlaku.

POZNÁMKA V případě pochybností o vhodnosti rozdělení pravděpodobností lze ověřit předpoklad o rozdělení testy dobré shody, viz např. [Vorlíček 1984].

Charakteristická a návrhová hodnota se stanoví za předpokladu, že není známá směrodatná odchylka základního souboru. Ze vztahu (A.2) a (A.4) a tab. A.2 a A.3 plyne pro  $n = 30$ :

$$k_n = 1,73; \quad X_k = 48,8 - 1,73 \times 3,91 = 42,0 \text{ MPa}$$

Návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku se stanoví z charakteristické hodnoty vydělením dílčí součinitelem  $\gamma_c = 1,5$

$$X_d = 42,0 / 1,5 = 28 \text{ MPa} \quad (\text{E.10})$$

Pokud by se návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku stanovila přímo ze vztahu (A.4) a tab. A.3 pro  $n = 30$ , pak platí za předpokladu, že není známá směrodatná odchylka základního souboru

$$k_{d,n} = 3,44; \quad X_d = 48,8 - 3,44 \times 3,91 = 35,3 \text{ MPa} \quad (\text{E.11})$$

Ukazuje se, že návrhová hodnota odhadnutá jako kvantil normálního modelu je vyšší o přibližně 25 % než hodnota určená prostřednictvím součinitele  $\gamma_c$ .

Z výsledku je patrné, že pokud není k dispozici dostatek údajů, je vhodnější stanovit charakteristickou hodnotu příslušné materiálové vlastnosti, zatímco návrhová hodnota se pak určí na základě doporučené hodnoty dílčího součinitele podle EN 1992.

## E.3 Aktualizace pravděpodobnosti poruchy

V příkladu se předpokládá funkce mezního stavu  $G(\mathbf{X})$  pro vektor  $\mathbf{X}$  základních veličin. Pravděpodobnost poruchy lze zapsat jako  $P\{G(\mathbf{X}) < 0\}$ . Pokud je výsledek prohlídky konstrukce  $I$  popsán nerovností  $H > 0$ , pak lze aktualizovanou pravděpodobnost poruchy  $P(F|I)$  za předpokladu, že došlo k prohlídce  $I$ , zapsat vztahem

$$P(F|I) = P(G(\mathbf{X}) < 0 | H > 0) = \frac{P(G(\mathbf{X}) < 0 \cap H > 0)}{P(H > 0)} \quad (\text{E.12})$$

V následujícím příkladu se uvažuje prostě podepřený železobetonový nosník o rozpětí  $L$ , který je zatížen stálým zatížením  $g$  a rovnoměrným proměnným zatížením  $q$ .

Pokud by se postupovalo metodou dílčích součinitelů, stanoví se návrhová podmínka  $R_d - E_d > 0$ , kde návrhová odolnost nosníku je  $R_d$  a návrhové účinky zatížení  $E_d$

$$R_d - L^2/8 (\gamma_g g_k + \gamma_q q_k) > 0 \quad (\text{E.13})$$

kde  $g_k$  je charakteristická hodnota stálého zatížení a  $\gamma_g$  dílčí součinitel stálého zatížení,  $q_k$  je charakteristická hodnota proměnného zatížení a  $\gamma_q$  je dílčí součinitel proměnného zatížení.

Pokud by se použily pro řešení pravděpodobnostní metody, sestaví se funkce mezního stavu

$$G(\mathbf{X}) = R - S = R - L^2/8 (g + q) \quad (\text{E.14})$$

kde se obvykle všechny základní veličiny uvažují jako náhodné veličiny a popisují vhodnými pravděpodobnostními modely (ve vztahu (E.14) by se také mohly uvážít modelové nejistoty).

Pro ověření spolehlivosti nosníku byla provedena zatěžovací zkouška  $q_{\text{test}}$ . Předpokládá se, že  $g_{\text{act}}$  je skutečná hodnota stálého zatížení  $g$ . Pokud je odolnost nosníku dostatečná, lze získanou informaci  $I$  ze zatěžovací zkoušky zapsat

$$I = \{H > 0\} = \{R - (g_{\text{act}} L^2/8 + q_{\text{test}} L^2/8) > 0\} \quad (\text{E.15})$$

kde  $R$  je skutečná únosnost nosníku a  $g_{\text{act}}$  je skutečné stálé zatížení, které se stanovilo dostatečně přesně (např. nedestruktivními zkouškami a změřením geometrie) a  $q_{\text{test}}$  je proměnné zatížení působící při zatěžovací zkoušce.

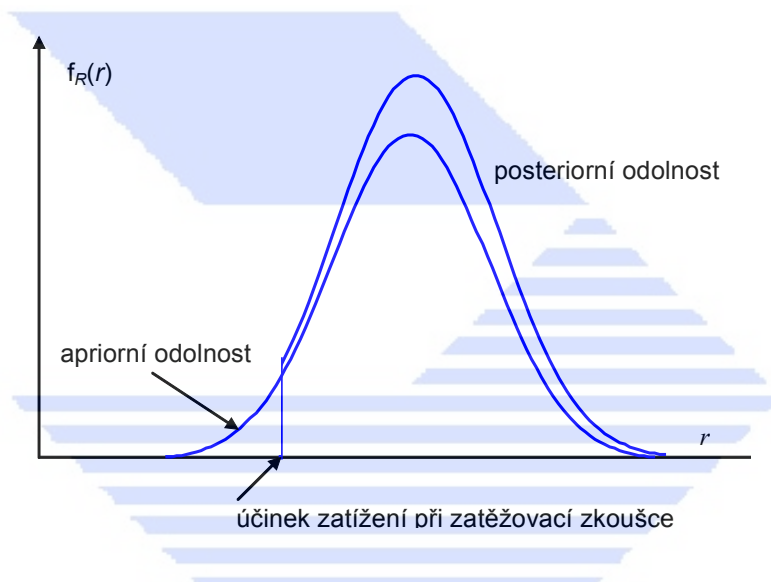
Pro stanovení aktualizované pravděpodobnosti poruchy  $P(F|I)$  je potřebné stanovit následující pravděpodobnosti

$$P\{G(\mathbf{X}) < 0 \cap H > 0\} = P\{R - (gL^2/8 + qL^2/8 < 0 \cap R - (g_{\text{act}} L^2/8 + q_{\text{test}} L^2/8) > 0\} \quad (\text{E.16})$$

$$P\{H > 0\} = P\{R - (g_{\text{act}} L^2/8 + q_{\text{test}} L^2/8) > 0\} \quad (\text{E.17})$$

Když jsou k dispozici výsledky ze vztahů (E.16) a (E.17), lze stanovit aktualizovanou pravděpodobnost poruchy  $P\{G(\mathbf{X}) < 0 | H > 0\}$  na základě vztahu (E.12).

Alternativně lze uvážit výsledky zatěžovací zkoušky a hustotu pravděpodobnosti  $f_R(r)$  odolnosti  $R$  nosníku zdola omezit na základě výsledků zkoušek, jak ukazuje obr. E.1.



Obr. E.1 Zdola useknuté pravděpodobnostní rozdělení odolnosti.

#### E.4 Úprava dílčího součinitele pro vlastní tíhu

V příkladu se stanovuje zatížení vlastní tíhou betonové desky. Pro ověřovaný existující most se požaduje směrný index spolehlivosti  $\beta_t = 3,1$ . K dispozici je 6 hodnot měření objemové tíhy betonu z jádrových vývrtů (průměr  $m_{\gamma_c} = 24 \text{ kN/m}^3$  a výběrová směrodatná odchylka  $s_{\gamma_c} = 1 \text{ kN/m}^3$ ) a 9 hodnot měření tloušťky desky (průměr  $m_h = 0,5 \text{ m}$  a výběrová směrodatná odchylka  $s_h = 0,02 \text{ m}$ ).

Charakteristické hodnoty objemové tíhy a tloušťky desky se stanoví jako

$$\begin{aligned} \gamma_{ck} &= m_{\gamma_c} + k_n s_{\gamma_c} = 24 + 0,60 \times 1 = 24,6 \text{ kN/m}^3 \\ h_k &= m_h + k_n s_h = 0,5 + 0,47 \times 0,02 = 0,509 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{E.18})$$

kde součinitelé  $k_n$  vyplývají z tab. A.1. Variační koeficient vlastní tíhy se odhadne z výběrových variačních koeficientů ze vztahu (viz skriptá [Holický 2005])

$$V_g \approx \sqrt{(v_{\gamma_c}^2 + v_h^2 + v_{\gamma_c}^2 v_h^2)} = \sqrt{(0,042^2 + 0,04^2 + 0,042^2 \times 0,04^2)} = 0,058 \quad (\text{E.20})$$

Za předpokladu, že stálé zatížení je hlavní veličinou zatížení, se dílčí součinitel  $\gamma_g$  vlastní tíhy stanoví na základě vztahu (4.3) jako

$$\gamma_g = 1 + \alpha_G \beta V_G = 1 + 0,7 \times 3,1 \times 0,058 = 1,13 \quad (\text{E.20})$$

Uvází se modelové nejistoty s ohledem na geometrické vlastnosti mostu a zavede součinitel  $\gamma_s = 1,05$  (dolní hranice nejistot podle ČSN EN 1990). Dílčí součinitel  $\gamma_G$  vlastní tíhy se pak stanoví jako

$$\gamma_G = \gamma_g \gamma_s = 1,13 \times 1,05 = 1,19 \quad (\text{E.21})$$

Takto stanovený dílčí součinitel vlastní tíhy lze použít pro ověření spolehlivosti mostní konstrukce pro požadovaný směrný index spolehlivosti  $\beta_t = 3,1$ .

## E.5 Úprava dílčího součinitele pro výztuž

Veličiny odolnosti konstrukce  $R$  (pevnost betonu, mez kluzu výztuže) se často popisují dvouparametrickým lognormálním rozdělením s počátkem v nule. Charakteristická hodnota odolnosti se v ČSN EN 1990 definuje jako dolní kvantil odpovídající pravděpodobnosti 5 %. Pro dílčí součinitel  $\gamma_R$  lze podle vztahů (B.4) a (B.5) zapsat

$$\gamma_R = \exp(-1,645 V_R) / \exp(-\alpha_R \beta V_R) \quad (\text{E.22})$$

kde  $V_R$  je variační koeficient odolnosti  $R$  a  $\beta$  požadovaný index spolehlivosti, 1,645 je hodnota 5% kvantilu normované náhodné veličiny s normálním rozdělením a součinitel citlivosti  $\alpha_R = 0,8$ . Předpokládá se, že variabilita betonářské výztuže je dobře známa ( $V = 0,07$ ) a pro most kategorizovaný do třídy následků CC1 se určila směrná hodnota  $\beta_t = 3,1$  (podle tab. 3.1). Pro dílčí součinitel oceli lze zapsat

$$\gamma_s = \exp(-1,645 \times 0,07) / \exp(-0,7 \times 3,1 \times 0,07) \approx 1,05 \quad (\text{E.23})$$

K dispozici je dostatek znalostí o existující konstrukci (vlastnosti a rozmístění výztuže, není zasažena korozi), součinitel modelových nejistot není potřebné uvažovat. Dílčí součinitel pro výztuž  $\gamma_s = 1,05$  lze použít pro stanovení návrhové hodnoty meze kluzu výztuže.

## E.6 Optimalizace oprav

Postup optimalizace rozhodování o opravě se ukazuje na zjednodušeném příkladu ověřování železobetonového deskového mostu v ohybu. Hodnocení se provádí po 30 letech od výstavby. Během tohoto období byl most opakovaně vystavován působení rozmrazovacích solí a nebyla provedena žádná významná oprava. Požadovaná zbytková životnost stanovená vlastníkem mostu je 25 let. Pravděpodobnostní rozbor je založen na funkci mezního stavu:

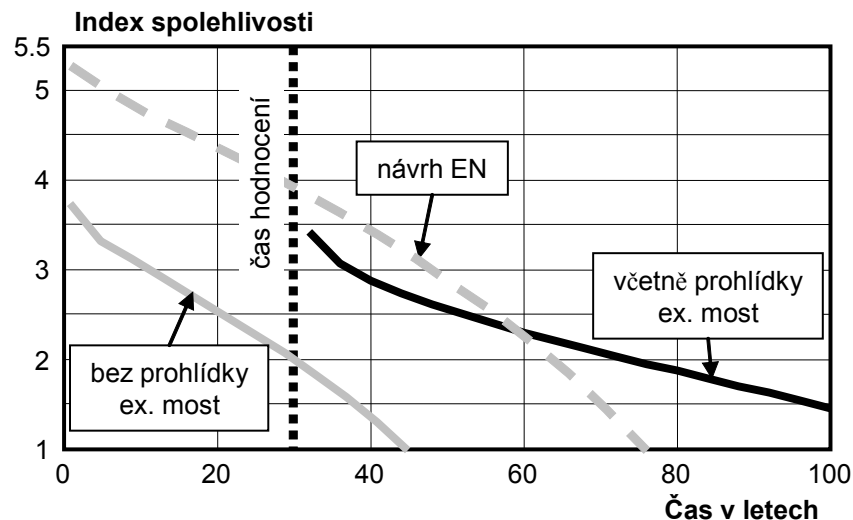
$$Z(t) = K_R A_s g(t) f_y \left[ h - \left( c + \frac{d}{2} \right) - \frac{A_s g(t) f_y}{2 \alpha f_c} \right] - E(G) - E(Q) \quad (\text{E.24})$$

kde  $K_R$  jsou modelové nejistoty odolnosti,  $A_s$  plocha výztuže,  $h$  tloušťka desky,  $c$  krycí vrstva,  $d$  průměr výztuže,  $E(G)$  účinek stálých zatížení,  $E(Q)$  účinek zatížení dopravou a  $g(t)$  degradační funkce:

$$g(t) = 1 \quad \dots \quad t \leq T_i \\ = [1 - 2,78 \times 10^{-5} i_{\text{corr}0} (t - T_i) / d]^2 \quad \dots \quad t > T_i \quad (\text{E.25})$$

kde  $t$  je čas v letech,  $i_{\text{corr}0}$  počáteční korozní rychlost v  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  a  $T_i$  doba počátku koroze v letech. Použité pravděpodobnostní modely a další podrobnosti jsou uvedeny v článku [Holický 2009]. Obr. E.2 ukazuje závislost indexu spolehlivosti na čase pro tři různé varianty:

- konzervativní hodnocení mostu bez provedení prohlídky založené na projektové dokumentaci,
- hodnocení mostu založené na výsledcích prohlídky a dodatečných informacích,
- hypotetický příklad konstrukce navržené podle Eurokódů s uvážením vlivu degradace.



Obr. E.2 – Index spolehlivosti v závislosti na čase.

Obr. E.2 ukazuje, že pokud se neprovede prohlídka a nezískají se doplňující informace o podmínkách mostu, vede ověřování spolehlivosti mostu založené na obecných (apriorních) pravděpodobnostních modelech k nízkým hodnotám indexu spolehlivosti. Ke zvýšení odhadu indexu spolehlivosti dochází při uvážení výsledků prohlídky, např. pro zbytkovou životnost 25 let  $\beta \approx 2,4$ . Poznamenejme dále, že pro hypotetický příklad konstrukce navržené podle Eurokódů klesá index spolehlivosti po 50 letech pod hodnotu 3.

Pro střední následky poruchy a mezní stavy únosnosti uvádí tab. 3.1 směrnou hodnotu indexu spolehlivosti 3,8, a tedy most požadavky na spolehlivost nesplňuje. Buď se rozhodne o opravě mostu, nebo se použije optimalizace nákladů a příp. se přijme nižší úroveň spolehlivosti.

Při optimalizaci nákladů se uvažuje, že rozhodnutí o opravě neovlivňuje plán prohlídek a údržby, ověřuje se pouze jeden mezní stav a časovou závislost nákladů spojených s poruchou lze zanedbat. Vztah (3.1) je možné vyjádřit

$$C_{\text{tot}}(t,p) = -C_0(p) + C_{\text{OPP}}(p) + P_f(t,p)C_f = \\ = -[C_{0,T} + k_{\Delta}(p) k_{\text{OPP}}(p) C_{00}] + k_{\text{OPP}}(p)C_{00} + k_{\text{OPN}}(p)(\rho - 1)C_{00} + P_f(t,p)(\rho - 1)C_{00} \quad (\text{E.26})$$

kde

- $C_{0,T}$  je zbytková hodnota mostu v době hodnocení, bez vlivu opravy, nezávislá na parametrech  $p$ ,
- $k_{\Delta}(p)$  je podíl nákladů  $\Delta C_0(p) / C_{\text{OPP}}(p)$ , kde  $\Delta C_0(p)$  jsou náklady vyjadřující navýšení zbytkové hodnoty mostu vlivem opravy (odečte se část demolovaných částí mostu, přičtou se stavební náklady opravy kromě nákladů na odstranění demolovaných částí mostu) a  $C_{\text{OPP}}(p)$  jsou přímé náklady na opravu stanovené např. s využitím BMS,
- $k_{\text{OPP}}(p)$  je podíl  $C_{\text{OPP}}(p) / C_{00}$ , kde  $C_{\text{OPP}}(p)$  jsou přímé náklady na opravu (náklady na průzkumy, projektové práce, stavební náklady) a  $C_{00}$  jsou náklady na pořízení mostu převedené na současnou hodnotu,
- $k_{\text{OPN}}(p)$  je podíl  $C_{\text{OPN}}(p) / C_f$ , kde  $C_{\text{OPN}}(p)$  jsou nepřímé náklady na opravu (ekonomické ztráty v důsledku omezení provozu nebo odklonění dopravy, nepříznivé dopady na životní prostředí atd.) a  $C_f$  jsou náklady vyvolané poruchou; pokud se most ponechá v původním stavu, pak  $k_{\text{OPN}}(p) = 0$ .

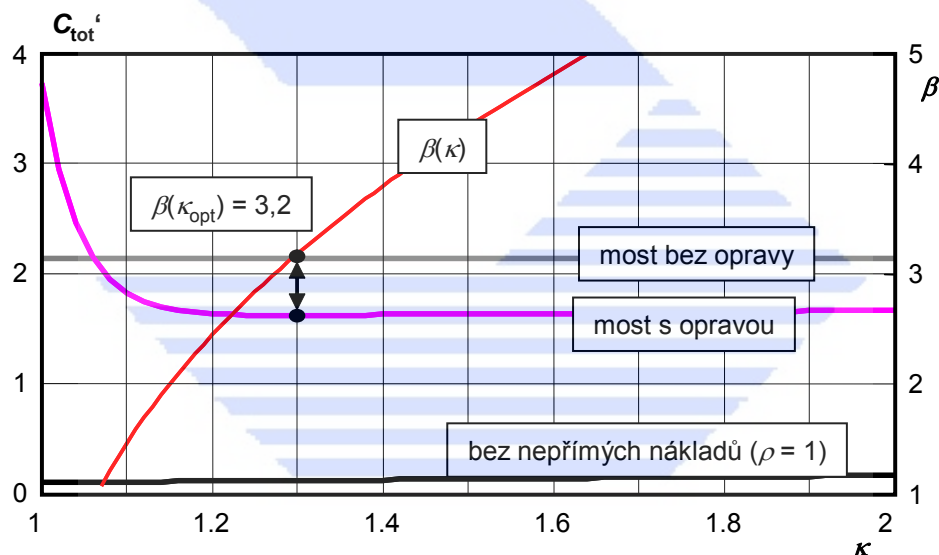
Ze vztahu (E.26) lze přičtením zbytkové hodnoty  $C_{0,T}$  a dělením současnou hodnotou  $C_{00}$  (nezávislých na parametrech  $p$ , a proto neovlivňujících optimalizaci) odvodit upravené celkové náklady:

$$C_{\text{tot}}(t,p) = [C_{\text{tot}}(t,p) + C_{0,T}] / C_{00} = k_{\text{OPP}}(p)[1 - k_{\Delta}(p)] + [k_{\text{OPN}}(p) + P_f(t,p)](\rho - 1) \quad (\text{E.27})$$

V následujícím ilustrativním příkladu se uvažují tyto vstupní údaje:

- $\kappa = A_s / A_{s,exist}$  je poměr mezi plochou výztuže po opravě k současné ploše výztuže, uvažuje se rozmezí  $1$  (bez opravy)  $\leq \kappa \leq 2$ ,
- $k_{OPP}(\kappa, op) = 0,25(\kappa - 1) + 0,1$  ... pokud se přikročí k opravě ( $op = 1$ )  
 $= 0$  ... pokud se most ponechá v současném stavu ( $op = 0$ ).
- $k_{\Delta}(\kappa, op) = 0,75[k_{OPP}(\kappa, op) - k_{OPP}(1, op)] / k_{OPP}(\kappa, op)$  ... pro  $op = 1$   
 $= 0$  ... pro  $op = 0$ .
- $k_{OPN}(op) = 0,5$  ... pro  $op = 1$   
 $= 0$  ... pro  $op = 0$ .
- $P_i(t; \kappa, op)$  je pravděpodobnost poruchy získaná pravděpodobnostním rozbořem, vztažená ke zbytkové životnosti mostu  $t$  a závislá na rozhodnutí o opravě a případném zesílení konstrukce.

Upravené náklady podle vztahu (E.27) za předpokladu uskutečnění opravy ( $op = 1$ ), nebo rozhodnutí „ponechat most v současném stavu“ ( $op = 0$ ) jsou znázorněny na obr. E.3 pro podíl  $\rho = 4$  (střední následky poruchy). Na obr. E.3 je navíc znázorněn index spolehlivosti vztažený ke zbytkové životnosti v závislosti na poměru  $\kappa$  a také ukázány náklady, pokud se zanedbají nepřímé náklady (do vztahu (E.27) se dosadí  $\rho = 1$ ).



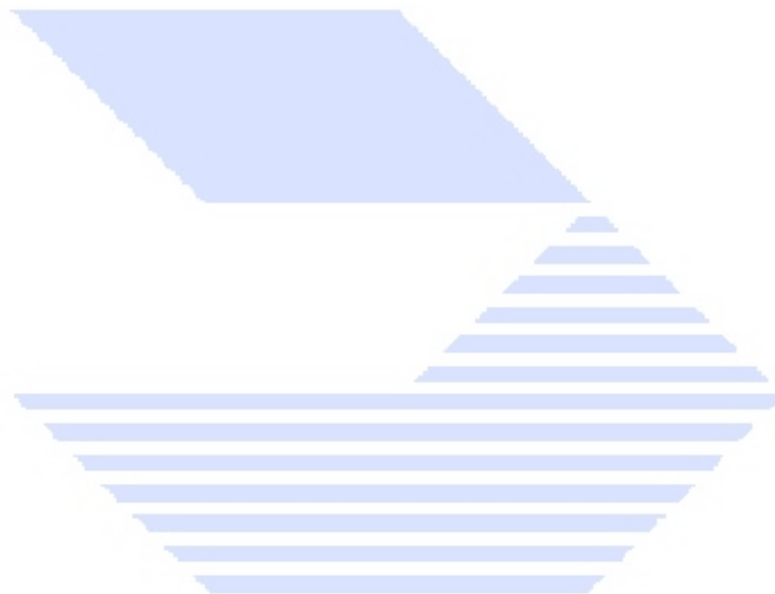
Obr. E.3 – Upravené celkové náklady a index spolehlivosti v závislosti na součiniteli  $\kappa$  pro  $\rho = 4$ .

Z obr. E.3 vyplývá, že most je vhodné opravit, protože náklady při opravě a optimálním poměru  $\kappa_{opt}$  jsou nižší než náklady, pokud se most ponechá bez opravy. Optimální hodnota  $\kappa_{opt} \approx 1,30$  („30% zesílení“) odpovídá indexu spolehlivosti  $\beta_{opt} = 3,2$ . Ukazuje se, že pokud se zanedbají nepřímé náklady, tak upravené náklady jsou pro  $\kappa \geq 1$  rostoucí funkcí a optimalizace v tomto případě vždy vede k rozhodnutí neopravovat most.

Provedená studie ukazuje, že směrná hodnota indexu spolehlivosti může být snížena. Zdůrazníme však, že optimální řešení silně závisí na vstupních údajích pro vztah (E.27) a může se významně lišit pro různé typy mostů a dopravní podmínky. Při optimalizaci nákladů je potřebné ověřit všechny vstupní údaje a uvažovat nepřímé náklady související s opravou i případné náklady vyvolané poruchou. Optimalizace se zpravidla provádí pro parametr s významným vlivem na spolehlivost, jako může být plocha výztuže, ale i strategie údržby zmírňující nepříznivý vliv degračních jevů. V některých případech může být potřebné sledovat několik parametrů.

Na závěr příkladu poznamenáme, že pro rozhodování o opravě mostu je vždy potřebné provést diagnostický průzkum včetně statistického vyhodnocení materiálových vlastností, znát plán na další používání mostu a odhadnout zbytkovou životnost na základě degradačních procesů. Je potřebné uvážit nepříznivé dopady předchozích norem (např. malé krytí výztuže), jakost provedení, nepříznivé účinky prostředí (používání solí), vliv nepříznivých zatížení, zda má vzniklá porucha vliv na nosnou způsobilost apod.

Pokud je potřebné opravit více objektů a jsou-li k dispozici jen omezené finanční prostředky, je třeba kromě výše uvedených informací pro jednotlivé mosty kriticky vyhodnotit, zda se jedná o blízké (popř. vzdálenější) objekty na stejné trase, jaké jsou možnosti objízdných tras, objem prostředků přidělených pro daný region, případnou možnost kumulace těchto prostředků v delším časovém horizontu atd.



## PŘÍLOHA F: - PŘEHLED ZÁKLADNÍCH TYPŮ PRAVDĚPODOBNOTNOSTNÍCH ROZDĚLENÍ

### F.1 Úvod

Tato příloha poskytuje informace o vybraných typech pravděpodobnostních rozdělení a jejich využitelnost pro modelování základních veličin. Podrobnější informace a další typy pravděpodobnostních rozdělení jsou uvedeny např. v publikacích [Holický 2005, Melchers 1999, Vorlíček 1984].

### F.2 Normální rozdělení

Normální rozdělení veličiny  $X$  je symetrické, je definováno na neomezeném intervalu  $-\infty < x < \infty$  a je závislé pouze na dvou parametrech, průměru  $\mu$  a směrodatné odchylce  $\sigma$ . Symbolicky se často označuje  $N(\mu, \sigma)$ .

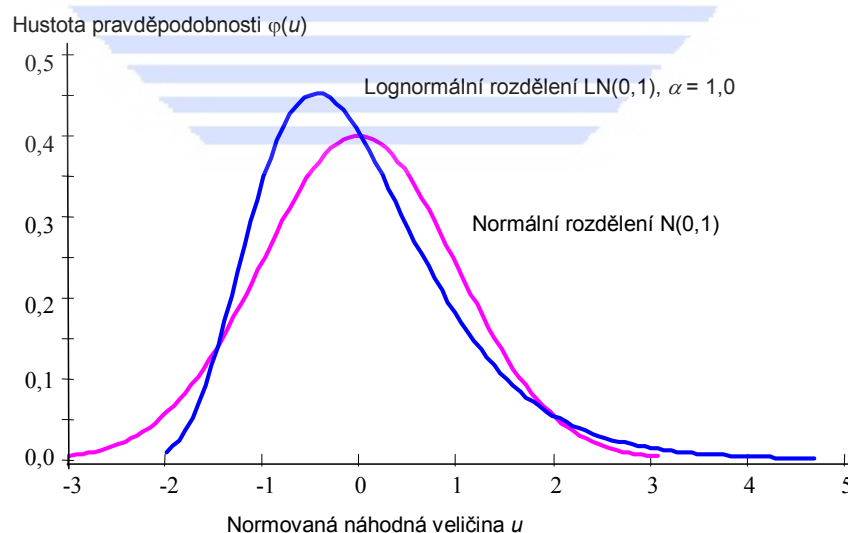
Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X$ , která má normální rozdělení s průměrem  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma$ , je dána vztahem

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (\text{F.1})$$

Šikmost a špičatost jsou u normálního rozdělení nulové.

Normální rozdělení se používá pro popis chování různých typů náhodných veličin charakterizujících některá zatížení (např. vlastní tíha), mechanické vlastnosti (pevnosti) a geometrické údaje (rozměry). Rozdělení je vhodné pro náhodné veličiny s relativně malým rozptylem (např. s variačním koeficientem  $V < 0,3$ ).

Hustota pravděpodobnosti normálního a lognormálního rozdělení se šikmostí  $\alpha = 1,0$  normované náhodné veličiny  $u$  (průměr rovný nule a směrodatná odchylka rovna jedné) je znázorněna na obr. F.1.



Obr. F.1. Normální a lognormální rozdělení.

### F.3 Lognormální rozdělení

Lognormální rozdělení je závislé na třech parametrech (průměr  $\mu_X$ , směrodatná odchylka  $\sigma_X$  a šikmost  $\alpha_X$ ). Náhodná veličina  $X$  má lognormální (obecné tříparametrické) rozdělení, jestliže transformovaná náhodná veličina

$$Y = \ln |X - x_0| \quad (\text{F.2})$$

má normální rozdělení. V tomto vztahu  $x_0$  označuje dolní nebo horní mez rozdělení veličiny  $X$ , která závisí na šikmosti  $\alpha_X$ . Jestliže veličina  $X$  má průměr  $\mu_X$  a směrodatnou odchylku  $\sigma_X$ , pak dolní nebo horní mez  $x_0$  je možno vyjádřit vztahem

$$x_0 = \mu_X - \sigma_X / c \quad (\text{F.3})$$

ve kterém součinitel  $c$  je dán hodnotou šikmosti  $\alpha_X$  podle vztahu

$$\alpha_X = 3c + c^3 \quad (\text{F.4})$$

ze kterého plyne vztah pro  $c$

$$c = \left( \sqrt{\frac{\alpha_X^2}{4} + 1} + \frac{\alpha_X}{2} \right)^{1/3} - \left( \sqrt{\frac{\alpha_X^2}{4} + 1} - \frac{\alpha_X}{2} \right)^{1/3} \quad (\text{F.5})$$

Při stanovení teoretického modelu je tedy možno postupovat tak, že se kromě průměru  $\mu_X$  a směrodatné odchylky  $\sigma_X$  uvažuje šikmost  $\alpha_X$ , popř. alternativně mez rozdělení  $x_0$ . Obecně se však dává přednost první možnosti, neboť o šikmosti jsou zpravidla k dispozici věrohodnější informace a lépe vyjadřuje celkové rozdělení statistického souboru (zejména velkých souborů) než dolní či horní mez.

Zvláštní případ je v praxi často používané lognormální rozdělení s dolním mezí v nule ( $x_0 = 0$ ), které stejně jako normální rozdělení závisí pouze na dvou parametrech, a to na průměru  $\mu_X$  a směrodatné odchylce  $\sigma_X$  (symbolicky se označuje  $\text{LN}(\mu, \sigma)$ ). V tomto případě z rovnice (F.3) plyne, že součinitel  $c$  je roven variačnímu koeficientu  $V_X$ . Z rovnice (F.4) dále plyne, že šikmost  $\alpha_X$  lognormálního rozdělení s dolní mezí v nule lze stanovit na základě hodnoty variačního koeficientu  $V_X$  podle vztahu

$$\alpha_X = 3V_X + V_X^3 \quad (\text{F.6})$$

Lognormální rozdělení s počátkem v nule ( $x_0 = 0$ ) má vždy kladnou šikmost, jejíž hodnota může být poměrně vysoká (větší než 0,5); např. pro variační koeficient 0,3 plyne ze vztahu (F.6) koeficient šikmosti  $\alpha_X = 0,927$ . Proto neuvážené aplikace lognormálního rozdělení s dolní mezí v nule ( $x_0 = 0$ ) mohou tak vést k nereálným teoretickým modelům (zpravidla podceňujícím výskyt záporných a zveličujícím výskyt kladných odchylek od průměru), zejména při vyšších hodnotách variačního koeficientu  $V_X$ .

Lognormální rozdělení se používá pro popis různých typů náhodných veličin charakterizujících některá zatížení, mechanické vlastnosti (pevnosti) i geometrické údaje. Lze jej použít pro obecně nesymetrické rozdělení náhodné veličiny s kladnou i zápornou šikmostí. Lognormální rozdělení s dolní mezí v nule ( $x_0 = 0$ ) je velmi oblíbené pro popis mechanických vlastností (pevností) různých materiálů.

### F.4 Gama rozdělení

Pearsonovo rozdělení typu III patří mezi jednostranně omezená rozdělení. Zvláštním typem tohoto rozdělení s dolní mezí v nule je gama rozdělení, které je závislé pouze na dvou parametrech: průměru  $\mu$  a směrodatné odchylce  $\sigma$ . Pro jednoduchost zápisu se často používají dva pomocné parametry  $\lambda$  a  $k$ . Hustotu pravděpodobnosti lze zapsat vztahem

$$\varphi(x) = \lambda^k x^{k-1} \exp(-\lambda x) / \Gamma(k), \quad \lambda = \mu / \sigma^2, \quad k = (\mu / \sigma)^2 \quad (\text{F.7})$$

kde  $\Gamma(k)$  je gama funkce parametru  $k$ . Pro momentové parametry gama rozdělení platí

$$\mu = k / \lambda, \quad \sigma = \sqrt{k / \lambda}, \quad \alpha = 2 / \sqrt{k} = 2\sigma / \mu = 2V, \quad \varepsilon = 3\alpha^2 / 2 \quad (\text{F.8})$$



Křivka má zvonovitý tvar pro  $k > 1$ , tj. pro šikmost  $\alpha < 2$  (při  $\alpha \geq 2$  je klesající funkcí  $x$ ). Pro  $k \rightarrow \infty$  se gama rozdělení blíží k normálnímu rozdělení s parametry  $\mu$  a  $\sigma$ .

Gama rozdělení má podobné uplatnění jako lognormální rozdělení s dolní mezí v nule. Odlišuje se od něho však tím, že jeho šikmost je rovna pouze dvojnásobku variačního koeficientu ( $\alpha = 2V$ ), a je tedy nižší než šikmost lognormálního rozdělení o více než třetinu. Z toho důvodu je gama rozdělení vhodné pro popis některých geometrických veličin a zatížení, které nemají velkou šikmost.

## F.5 Beta rozdělení

Beta rozdělení je definováno na oboustranně omezeném intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Je obecně závislé na čtyřech parametrech a používá se především v případech, ve kterých je zřejmé, že obor náhodné veličiny je oboustranně omezený (některá zatížení a geometrické údaje, např. krycí vrstva výztuže). Při praktické aplikaci je potřebné odhadnout čtyři parametry, pro které nemusí být dostupné věrohodné údaje.

Hustota pravděpodobnosti se u Beta rozdělení zpravidla zapisuje ve tvaru

$$\varphi(x) = \frac{(x-a)^{c-1}(b-x)^{d-1}}{B(c,d)(b-a)^{c+d-1}} \quad (\text{F.9})$$

kde pro dolní a horní mez rozdělení platí

$$a = \mu - c g \sigma, \quad b = \mu + d g \sigma \quad (\text{F.10})$$

a kde  $g$  je pomocný parametr. Z rovnic v (E.10) lze odvodit vztahy pro parametry  $c$  a  $d$

$$c = \frac{\mu - a}{b - a} \left( \frac{(\mu - a)(b - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right) \quad (\text{F.11})$$

$$d = \frac{b - \mu}{b - a} \left( \frac{(\mu - a)(b - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right) \quad (\text{F.12})$$

Pro momentové parametry beta rozdělení platí vztahy

$$\mu = a + (b - a) c / (c + d) \quad (\text{F.13})$$

$$\sigma = (b - a) / (cg + dg) \quad (\text{F.14})$$

$$\alpha = 2g(d - c) / (c + d + 2) \quad (\text{F.15})$$

$$\varepsilon = 3g^2[2(c + d)^2 + cd(c + d - 6)] / [(c + d + 2)(c + d + 3)] - 3 \quad (\text{F.16})$$

Šikmost  $\alpha$  a špičatost  $\varepsilon$  jsou závislé pouze na parametrech  $c$  a  $d$  (jsou nezávislé na mezích  $a$  a  $b$ ). V praktických aplikacích se rozdělení používá pro  $c > 1$  a  $d > 1$  (jinak má křivka J nebo U tvar).

V praktických aplikacích se zejména uplatní rozdělení s dolní mezí  $a = 0$ . Lze ukázat, že v tomto případě je beta rozdělení definováno, pokud

$$\alpha \leq 2V \quad (\text{F.17})$$

kde variační koeficient  $V = \sigma / \mu$ . Pro  $\alpha = 2V$  přechází křivka na Pearsonovo rozdělení typu III (viz oddíl F.4). Jestliže tedy vstupními parametry jsou průměr  $\mu$ , směrodatná odchylka  $\sigma$  a šikmost  $\alpha \leq 2V$ , je beta rozdělení s dolní mezí v nule ( $a = 0$ ) plně určeno. Horní mez beta rozdělení s dolní mezí v nule plyne ze vztahu (F.10)

$$b = \mu(c + d) / c = \mu [1 + V(2 + \alpha V) / (2V - \alpha)] \quad (\text{F.18})$$

V rovnici (F.18) jsou za parametry tvaru  $c$  a  $d$  jsou dosazeny vztahy

$$c = -\frac{\alpha(2V - \alpha)^2 - (4 + \alpha^2)}{2V(V\alpha + 2)^2 - (4 + \alpha^2)} \quad (\text{F.19})$$

$$d = \frac{\alpha(2V - \alpha)^2 - (4 + \alpha^2)}{2(V\alpha + 2)^2 - (4 + \alpha^2)} \frac{2 + \alpha V}{\alpha - 2V} \quad (\text{F.20})$$

kteří pro  $a = 0$  plynou z obecných rovnic (F.11) až (F.15).

## F.6 Gumbelovo a ostatní rozdělení extrémních hodnot

Maximální nebo minimální hodnota souboru o určitém rozsahu je náhodná veličina, jejíž rozdělení je z hlediska teorie spolehlivosti velmi důležité. V odborné literatuře se zpravidla uvádějí tři typy rozdělení extrémních hodnot, které se označují jako typy I, II a III. Každý typ má dvě verze, jednu pro rozdělení minimálních hodnot, druhou pro rozdělení maximálních hodnot. Všechny typy rozdělení mají jednoduchý exponenciální tvar.

Podrobně je zde popsáno rozdělení typu I (rozdělení maximálních hodnot), které se běžně označuje jako Gumbelovo rozdělení. Popis ostatních typů rozdělení lze nalézt ve skriptech [Holický 2005, Vorlíček 1984] a odborné literatuře [Melchers 1999].

Distribuční funkce rozdělení maximálních hodnot typu I (Gumbelova rozdělení pro maximální hodnoty) má tvar

$$\Phi(x) = \exp(-\exp(-c(x - x_{\text{mod}}))) \quad (\text{F.21})$$

Jde o rozdělení definované na neomezeném intervalu, které závisí na dvou parametrech: na modu  $x_{\text{mod}}$  a parametru  $c > 0$ . Derivací distribuční funkce obdržíme hustotu pravděpodobnosti ve tvaru

$$\varphi(x) = c \exp(-c(x - x_{\text{mod}}) - \exp(-c(x - x_{\text{mod}}))) \quad (\text{F.22})$$

Oba parametry lze stanovit z průměru  $\mu$  a směrodatné odchylky  $\sigma$

$$x_{\text{mod}} = \mu - 0,577\sqrt{6}\sigma/\pi \quad (\text{F.23})$$

$$c = \pi/(\sqrt{6}\sigma) \quad (\text{F.24})$$

Šikmost i špičatost rozdělení jsou konstantní:  $\alpha = 1,14$ ,  $\varepsilon = 2,4$ .

Důležitou vlastností Gumbelova rozdělení je jednoduchá úprava distribuční funkce původního rozdělení  $\Phi(x)$  na distribuční funkci  $\Phi_N(x)$  pro popis maxima souborů o  $N$  násobném rozsahu, než je rozsah původního souboru s průměrem  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma$ .

Jestliže jsou jednotlivé násobky původního souboru navzájem nezávislé, pak pro distribuční funkci  $\Phi_N(x)$  platí

$$\Phi_N(x) = (\Phi(x))^N \quad (\text{F.25})$$

Dosazením rovnice (E.21) do (E.25) se stanoví

$$\Phi_N(x) = \exp(-\exp(-c(x - x_{\text{mod}} - \ln N / c))) \quad (\text{F.26})$$

takže pro průměr  $\mu_N$  a směrodatnou odchylku maxim souborů o  $N$  násobném rozsahu platí

$$\mu_N = \mu + \ln N / c = \mu + 0,78 \ln N \sigma, \sigma_N = \sigma \quad (\text{F.27})$$

Směrodatná odchylka původního souboru se tedy nemění  $\sigma_N = \sigma$ , průměr  $\mu_N$  se však zvětšuje proti původní hodnotě  $\mu$  o  $\ln N / c$ .

Distribuční funkce rozdělení minimálních hodnot typu I (Gumbelova rozdělení pro minimální hodnoty) má tvar

$$\Phi(x) = 1 - \exp(-\exp(-c(x_{\text{mod}} - x))) \quad (\text{F.28})$$

Jde o rozdělení symetrické k rozdělení maximálních hodnot popsané funkcí (F.22). Je tedy opět definované na neomezeném intervalu, které závisí na dvou parametrech: na modu  $x_{\text{mod}}$  a parametru  $c > 0$ . Derivací distribuční funkce obdržíme hustotu pravděpodobnosti ve tvaru

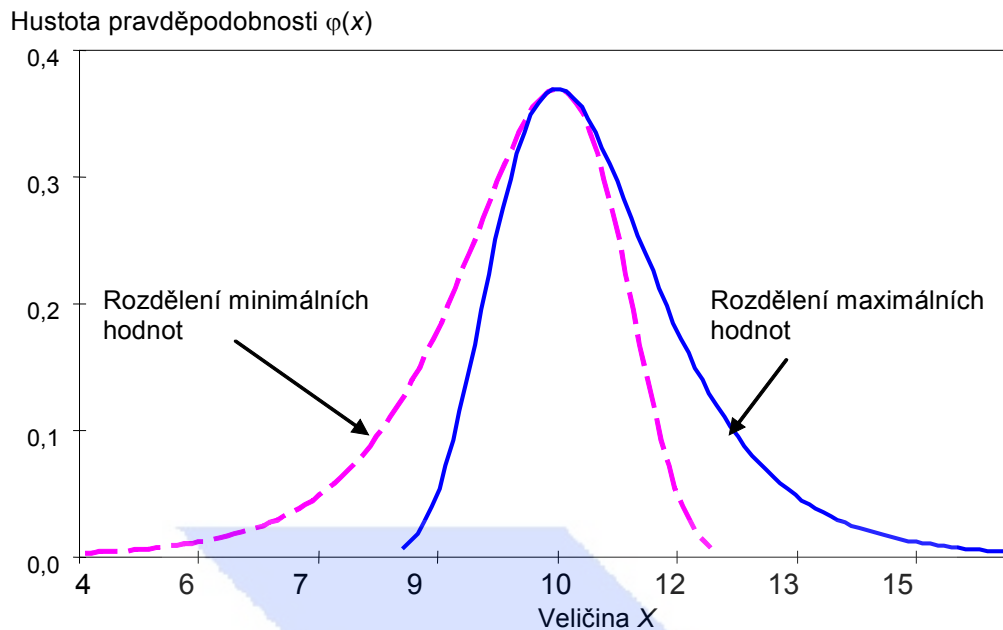
$$\varphi(x) = c \exp(-c(x_{\text{mod}} - x) - \exp(-c(x_{\text{mod}} - x))) \quad (\text{F.29})$$

Oba parametry lze stanovit z průměru  $\mu$  a směrodatné odchylky  $\sigma$

$$x_{\text{mod}} = \mu + 0,577\sqrt{6}\sigma/\pi \quad (\text{F.30})$$

$$c = \pi/(\sqrt{6}\sigma) \quad (\text{F.31})$$

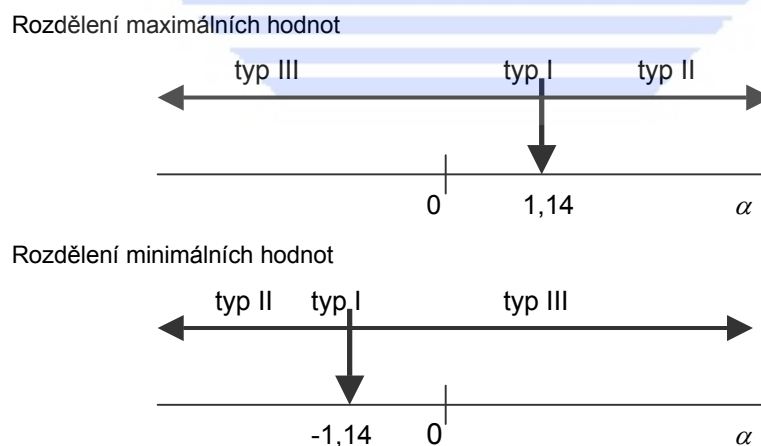
Obraz hustoty pravděpodobnosti minimálních hodnot je symetrický s tvarem hustoty pravděpodobnosti maximálních hodnot vzhledem k modu  $x_{\text{mod}}$ , jak je patrné z obr. F.2.



Obr. F.2 Hustota pravděpodobnosti Gumbelova rozdělení pro minimální a maximální hodnoty.

Podobně je definováno rozdělení typu II, tak zvané Fréchetovo rozdělení, a rozdělení typu III, tak zvané Weibullovo rozdělení. Všechny tři typy rozdělení se vzájemně doplňují vzhledem k možným hodnotám šikmosti  $\alpha$ . Každý typ pokrývá určitou oblast šikmostí, jak znázorňuje obr. F.3.

Rozdělení maximálních hodnot typu I a II se často aplikuje při popisu veličin, u nichž se sledují maximální hodnoty (zatížení), rozdělení typu III pro veličiny, u nichž se sledují minimální hodnoty (např. pevnost a další materiálové vlastnosti).



Obr. F.3 Členění typů rozdělení extrémních hodnot podle šikmosti  $\alpha$ .

## **BIBLIOGRAFIE**

### **Související předpisy**

- ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí, 2004, Změna A1, 2007, Z1, 2010
- ČSN EN 1991-1-1 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-1: Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb, 2004, Z1, 2010
- ČSN EN 1991-1-3 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-3: Obecná zatížení - Zatížení sněhem, 2005 a Z1, 2006, Z2, 2010
- ČSN EN 1991-1-4 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-4: Obecná zatížení - Zatížení větrem, 2007, Z1, 2010
- ČSN EN 1991-1-5 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-5: Obecná zatížení - Zatížení teplotou, 2005, Z1, 2010
- ČSN EN 1991-1-6 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-6: Obecná zatížení - Zatížení během provádění, 2006, Z1, 2010
- ČSN EN 1991-1-7 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 1-7: Obecná zatížení - Mimořádná zatížení, 2007
- ČSN EN 1991-2 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí. Část 2: Zatížení mostů dopravou, 2005, Z1, 2010
- ČSN EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, 2006
- ČSN EN 1992-2 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 2: Betonové mosty - Navrhování a konstrukční zásady, 2007
- ČSN ISO 2394 Obecné zásady spolehlivosti konstrukcí, 2003
- ČSN ISO 13822 Zásady navrhování konstrukcí - Hodnocení existujících konstrukcí, 2005
- ČSN 73 6200 Mostní názvosloví, 1976, Změna a, 1977, Změna b, 1983
- ČSN 73 6201 Projektování mostních objektů, 2008
- ČSN 73 6209 Zatěžovací zkoušky mostů, 1996
- ČSN 73 6220 Zatížitelnost a evidence mostů pozemních komunikací, 1996
- ČSN 73 6221 Prohlídky mostů pozemních komunikací, 1996
- ČSN 73 6222 Zatížitelnost mostů pozemních komunikací, 2009
- ISO 12491 Statistical methods for quality control of building materials and components, 1997
- ISO 13823 General principles on the design of structures for durability, 2008
- TP 72 Diagnostický průzkum mostů PK, 2009
- TP 120 Údržba, opravy a rekonstrukce betonových mostů pozemních komunikací, 2010
- TP 144 Doporučení pro navrhování, posuzování a sledování betonových mostů PK, 2010
- TP 155 Betonové mosty a konstrukce staveb PK, 2010
- TP 175 Stanovení životnosti betonových konstrukcí objektů PK, Změna 1, 2009
- TP 183 Diagnostický průzkum mostů PK, postupy monitorování a vyhodnocení koroze výztuží v betonu metodou akustické emise, 2007
- TP 189 Stanovení intenzit dopravy na PK, 2008
- TP 200 Stanovení zatížitelnosti mostů PK navržených podle norem a předpisů platných před účinností EN, 2009

### **Publikace**

- [Assessment 2001] Probabilistic Assessment of Existing structures, JCSS publication, France, 2001
- [Cost 345] Procedures Required for the assessment of Highway Structures, Final Report, Cost 345
- [Diamantidis 2001] Probabilistic Assessment of Existing Structures, France, 2001,

- [Happold 1980] Happold E. et al., Appraisal of existing structures, The Institution of Structural Engineers, London, 1980, UK
- [Holický 2005] Holický M., Marková J., Základy teorie spolehlivosti a hodnocení rizik, ČVUT v Praze, 2005
- [Holický 2007] Holický M., Marková J., Zásady navrhování stavebních konstrukcí, příručka k ČSN EN 1990, ČKAIT, 2007
- [Holický 2009] Holický M., Marková J., Sýkora M. Assessment of Deteriorating Reinforced Concrete Road Bridges. Sborník ESREL 2009, CRC Press, 2009, p. 1377-1383.
- [Melchers 1999] Melchers R.E., Structural Reliability. Analysis and Prediction. John Wiley & Sons, New York, 1999
- [JCSS 2001] JCSS Probabilistic Model Code (Pravděpodobnostní modelová příručka), 2001, <http://www.jcss.ethz.ch>
- [Report 2008] Assessment of Existing Steel Structures: Recommendations for Estimation of remaining Fatigue Life, Background documents in support to the implementation, harmonisation and further development of the Eurocodes, JRC Report, 2008
- [Report 101] Report 101, Prof. G. Hanswille a Prof. G. Sedlacek, Background Report Traffic loads on road bridges, Basis of the load models in EN 1991-2 and DIN, 2007
- [Report 291] Reliability-Based Classification of the Load Carrying Capacity of Existing Bridges, Report 291, Guideline document, 2004
- [Report 2006] Evaluation de ponts routiers existants avec un modele de charge de trafic actualisé, EPF-Lausanne, 2006
- [Report CEN/TC 250] CEN/TC 250 & JRC, The Eurocodes and the construction industry (medium-term strategy 2008 – 2013), 2009.
- [Report JRC] Technical Report JRC, Prof. G. Sedlacek a kol., Background document to EN 1991-2 Traffic loads for road bridges – and consequences for the design, 2009
- [SHRP-S-360 1993] SHRP-S-360 Concrete bridge protection, repair, and rehabilitation relative to reinforcement corrosion: a methods application manual, Weyers, R E; Prowell, B D; Sprinkel, M; Vorster, M, Strategic Highway Research Program, Transportation Research Board, 1993
- [Vorlíček 1984] Vorlíček, M., Holický, M., Špačková, M., Pravděpodobnost a matematická statistika pro inženýry. ČVUT v Praze, 1984



**TECHNICKÉ PODMÍNKY TP- 224**

Vydalo:

**MINISTERSTVO DOPRAVY**  
Odbor silniční infrastruktury

Zpracoval:

ČVUT v Praha, Kloknerův ústav a Fakulta stavební  
Prof. Ing. M. Holický, DrSc., Doc. Ing. J. Marková, Ph.D., Ing.  
M. Sýkora, Ph.D., Doc. Ing. V. Kukaň, CSc., Ing. M. Drahorád,  
Ph.D.

Technická redakční rada:

Ing.L.Tichý,CSc.(MD-OSI), Mgr.V.Mráz (MD-OSI)  
Ing. J.Sláma,CSc.(ŘSD),Ing. Z.Černý(ŘSD),Ing.P.Minařík,  
Doc.Ing.V.Hrdoušek,CSc., Doc.Ing. J.Tomek,CSc.(DIVYP),  
Ing. Z.Hlasivec(SMP)

Distributor:

PRAGOPROJEKT, a.s.  
K Ryšánce 1668/16, 017 54 Praha 4  
([www.pragoprojekt.cz/předpisy](http://www.pragoprojekt.cz/předpisy))

1. vydání 2010